

## 解 題

1. この第 II 論文は“岡先生の数学”における第 1 主題の一つのバリエーションである。

もう一度序文を見直して見よう。最初に

『前論文において、私は有理函数に関する凸状域の主問題を研究した。今度は正則函数に関する同じ問題を研究する。』

と書かれている。この『主問題』は実は“le sujet”の訳なのであるが、その通常の意味は『主題』である。

ところで、この部分を不用意に読むと、この『主問題』はクーザン第 1 問題を意味していると思ひそうである。しかし、おそらくそうではなく、これは『領域の“reduction”』を意味していると思われる。そうすると上の文の前半は『前の論文では有理函数に関する凸状域を筒状域に帰着さす問題を研究した。』という意味になり、その後半は『この論文では正則凸状域を多項式に関する凸状域に帰着さす問題を研究する。』という意味になる。

2. ここで先ず、一般的な解析多面体に対しては、第 I 論文のような仕方では、上空移行の原理を証明することはできないことを注意しておこう。

一般的な解析多面体を定義する函数  $f_j((x))$  は、その存在域がある領域  $\mathcal{O}$  に制限されている。したがって、曲面  $\Sigma$  が描かれている多円筒の、空間  $((x))$  への射影は、 $\Sigma$  の端がすべてその多円筒の境界に来ているにもかかわらず、 $\mathcal{O}$  をはみだしているかもしれない。そのようなときは、第 I 論文の 2 節で作った函数

$$\varphi((x), y_\nu) = G((x), y_\nu)[y_\nu - R_j((x))]$$

に相当するものが多円筒で正則にはならないのである。

これにたいする岡先生の回答が、この論文の定理 1:  $\mathcal{U} = \Sigma$  である。すなわち  $\Sigma$  のいくら近くにも多項式による解析多面体が存在するから、一般的な解析多面体における問題は多項式による解析多面体における問題に帰着さすことができるというのである。

岡先生が定理 1 に気付かれたのは、おそらく上空移行に気付かれたその日であろうと想像される。岡先生の目標は正則域における問題であったのだから、H. Cartan のアイデアを思い出されたとき、上記のことは最初から問題であった筈である。だからもしこの定理 1 に気づかなかつたら、H. Cartan のアイデアそのものを捨ててしまったかも知れないのである。(私なら捨ててしまふ。) 一見駄目なように見えるところで、もう一步踏み込むのが『岡先生の数学』である。

上空移行の原理、すなわち第 I 論文の定理 II は、実は一般的な解析多面体にたいしても成り立つのである。それは 1943 年に書かれた日本語による論文に書

かれており、さらに 1950 年に書かれた第 VIII 論文で非常に一般的な形、すなわち分岐面を内点として含むような解析多面体にまで拡張されている。それで第 II 論文の定理 I は不要になる。しかしそれでもこの定理が正則域の基本定理であることに変わりはないと思われる。

2. この論文の  $\Omega = \Sigma$  の証明は難解である。それにたいして岡先生は

或るは樹間の声を朗し、(第 II 論文の雰囲気)

或るは香気流るる空明の野を行く。(第 I 論文の雰囲気)

と言う詩句を引用された。(私は浅学にしてこの詩の出所を知らない。何方かのご教示を得たい。) この二句は二つの論文の雰囲気を良く表している。実際、第 I 論文は非常に明快であるのにたいし、第 II 論文は紆余曲折していて見通しがよいとは言えないが、Köbe の  $1/4$  定理や Poisson 積分を使って Diriclet 問題を解く等、いかにも関数論らしい雰囲気に満ちていて楽しい。(かつて岡先生は、『数学を情緒化する。』という言葉を書かれたことがあったが、二つの論文の雰囲気を上の二句で表すようなのもその例であろう。)

3. ところで、岡先生の話によると、先生は最初  $\Omega$  が存在するかもしれないことを見落としておられた。

1936 年の夏、岡先生は伊豆の伊東に滞在され、中谷宇吉郎氏と連句を試みたりしておられる。この第 II 論文はそこで執筆されたのであるが、その途中で今の事に気付かれ、あわててその部分の証明をされた。本質的な部分を正確に捕らえていれば、そのような見落としが致命傷にはならないものらしい。中谷宇吉郎氏がその事に感心しておられたという話を先生から伺ったことがある。

この論文の難解さの原因の一つはそのような経緯による部分もあるらしい。実際、後年なされた武内章氏によるこの定理の別証明は明快である。それと比較すると、岡先生の証明の複雑さは  $\Sigma$  や  $\Omega$  を  $x_1$  平面にまで射影するところにある。そのために  $\Omega$  が問題になるのであるが、その処理はいかにも強引である。このような強引さも『岡先生の数学』である。