解　題

1. 初めに.　岡先生の第 I 論文の冒頭に掲げられた問題群 (以後これを "岡先生の主問題" と云うことにする :

1. Runge の定理や Cousin の定理が成り立つ領域のタイプ,
2. Hartogs の凸性と Cartan–Thullen の凸性の関係,

は第 VI 論文迄で一通り解決した. しかし, これは岡先生にとって『瀬踏み』の意味であって, 有限でない領域や単葉でない領域の入って来る事は避けられており, 特に第 VI 論文は複素 2 変数の場合にしか書かれていない. それで岡先生は『之等の制限を順次取り去ること』を次の研究目標とされた.

ところで, 第 VI 論文が公表されたのは 1942 年であり, 第 VII 論文が公表されたのは 1950 年であって[1], その間に 8 年もの空白がある. しかし, その間には研究資料や日本語で書かれた論文等が数多く残されている[2].
それで先ずそれらを纏めて列挙しておこう.

1. 多変数解析函数に関する断片的報告 其の一. 1942 年 8 月 7 日.
2. 多変数解析函数に関する研究 第二報告. 1942 年 10 月 8 日.
3. 多変数解析函数に就いて, VII 正則函数の合同に関する二つの補助問題. 1943 年 9 月 4 日.
4. 多変数解析函数に就いて, VIII 分岐点を持たない有限領域に対する第一基礎的補助定理. 1943 年 9 月 5 日.
5. 多変数解析函数に就いて, IX 擬凸状函数. 1943 年 10 月 24 日.
6. 多変数解析函数に就いて, X 第二基礎的補助定理. 1943 年 11 月 12 日.
7. 多変数解析函数に就いて, XI 擬凸状域と有限正則域, 有限正則域に於ける諸定理. 1943 年 12 月 12 日.
8. 多変数解析函数に就いて, XII 固有集合体の表現. 1944 年 5 月 26 日[3].
9. 多変数解析函数に就いて, XII Cousin の第二問題の拡張. 1945 年 2 月 28 日.
10. XIII Weierstrass の予備定理に於ける条件に就て[4]. 日付無し.
11. 高木貞治先生宛ての手紙. 1946 年 3 月 3 日.

---

[1]第 VI 論文の主要部分が Proc. Imp. Acad. Tokyo に受理されたのは 1941 年 1 月 13 日, 第 VII 論文の Manuscrit (手書きの原稿か?) が Bull. Soc. Math. de France に受理されたのは 1948 年 10 月 15 日である.

[2]これらは当時岡先生が貰っておられた風樹会の奨学資金に対する研究報告として書かれたものらしい. なお, これらは全て『岡潔先生遺稿集 第一, 二集』に収録されており, このホームページに公開されている.

[3]この原稿の表紙の表題の下に『之は第 2 節の補助定理 1 及び第 6 節の証明の二カ所で大きく間違っている』という書き込みがある. それでこの報告は取り消され, 次の論文が正式の XII とされた.

[4]これに付いては「XIII Weierstrss の予備定理における条件に就いて」と云う表題の序文だけの文章,「Weierstrss の条件」と云う表題のほぼ完成した論文および「Weierstrss の第二定理の検討. 固有集合体の表現」と云う表題の短い論文が残されている.

12. 高木貞治先生宛ての手紙 第 1 信. 1947 年 4 月 18 日.
13. 高木貞治先生宛ての手紙 第 2 信. 1947 年 5 月 10 日.
14. 高木貞治先生宛ての手紙 第 3 信. 1947 年 5 月 15 日.
15. 高木貞治先生宛ての手紙 第 4 信. 日付無し.
16. Lemme de Picard. 1948 年 2 月 20 日.

2. 第 VII 論文への道程. 上記の資料を用いて, 第 VI 論文以後の岡先生の研究の軌跡を辿ってみよう. そこでは『数学上の発見は如何ようにして起こるか』ということだけではなく, 岡先生の場合『数学上の研究はどのように生い立』[5]ったのかをも垣間見ることができるだろう. なお 1949 年 4 月に書かれた日本語の論文

Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables
XI — Rappelées du printemps[6]

にこの時期の事が詳しく書かれている. 以下これを『春の思い出』として再三引用する.

A. 先ず第 VI 論文が複素 2 変数で書かれていることに注目しよう. その事について第 VI 論文の終わりに『著者はこの結果は変数の個数にはよらないと考えている.』[7]と書かれている. さらに論文「多変数解析函数に関する研究 第二報告」の序文には, 第六論文への言及に続いて,

『私は此処の所で Weil の積分を使ったのでありますが, この方法は n 変数にすれば既に相当煩雑になると思います. まして我々は一葉性をも取り去ろうと云うのであります.』

と書かれている.

この「第二報告」はそれに対処する方法が述べられているのであるが, それは第 VI 論文の "第 2 融合法" に "上空移行の原理" を応用して, Weil 積分を Cauchy 積分に置き換えるということである. これはおそらく第 VI 論文の執筆前に着想され, その可能性を見越して, 第 VI 論文を複素 2 変数で書かれたのであろう.

B. 第 VI 論文を書き終えられた後, 1941 年の暮れから一年足らずの間, 岡先生は札幌に滞在されており,[8] その間に二つの研究報告

「多変数解析函数に関する断片的報告 其の一.」
「多変数解析函数に関する研究 第二報告.」

が書かれている. これらは共に "岡先生の主問題" を不分岐多葉域に拡張することを直接の目標としてなされた研究であり,「其の一」では不分岐多葉域

[5] 岡潔先生遺稿集第三集 1-2 頁参照
[6] 岡潔先生遺稿集第四集に収録
[7] この言葉について岡先生は『見極めてあるという意味だ』と言っておられた.
[8] 公式の記録では, 岡先生は 1941 年 10 月 31 日から 1942 年 11 月 2 日まで, 北海道大学理学部の研究補助員になっておられる.

に対する“境界問題”[9] が完全に解決されている. これは第 IX 論文 (1953 年) に公表されたものであり, それがこの時期に解決されていることは全く驚きである.

しかし, 次の「第二報告」はもっと興味深い論文である. 重複を厭わずにその内容を紹介しよう.

≪ A_i, B_j を複素平面上の単純な有界閉領域とし, 複素 n 変数 $x_1, \ldots, x_n$ の空間 $((x))$ に解析多面体

$$(\Delta) \qquad x_i \in A_i, \quad Y_j((x)) \in B_j \qquad (i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, \nu)$$

を考える. そして新たに複素変数 $y_1, \cdots, y_\nu$ を導入し, 空間 $((x, y))$ に筒状域

$$(C) \qquad x_i \in A_i, \quad y_j \in B_j \qquad (i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, \nu)$$

と (C) における解析集合

$$(\Sigma) \qquad y_j = Y_j((x)), \quad ((x)) \in \Delta \qquad (j = 1, \cdots, \nu)$$

を考え, (Δ) における函数を (Σ) 上の函数とみなす.

ここで次の問題を提起する.

問題 I — $f((x))$ を (Δ) における任意の正則函数とするとき, (C) における正則函数 $F((x, y))$ を (Σ) の各点 M で

$$f(M) = F((x, y))$$

となる様に求めること.≫

これは一般な解析多面体に対する“上空移行の原理”である. 此の問題に対し, さらに一歩進んで, 次の様に仮定する.

≪ 仮定 H — 問題 I は解ける. さらにもし (Δ) で

$$\max |f((x))| = m$$

なら, (C) で

$$\max |F(x, y)| \leq Nm$$

を充す様な $F((x, y))$ が存在する. ここに N は $f((x))$ に無関係な或る正の数である.≫

これは“上空移行の原理”が“評価付き”で成り立つという仮定である. そしてこの論文に示されていることは,

[9] ここで云う境界問題とは, “任意の擬凸状域にたいし, 増大しながらそれに収束するような, コンパクトな強擬凸状域の列を作ること”である.

≪ もしこの仮定 H が満たされるなら, 第 VI 論文の主要部分である "第 2 融合法" は (Weil の積分によらず,) 一般次元の空間で導かれる.≫

というのである.

このように, この論文は, 岡先生の言葉によれば『真の問題のありかを「見とめ」たものでもの』であり, 『(純数学的に) 分類』すると,『一つの「洞察」をしようしている (普通は書かれない)』ものなのである[10]. この論文によって, それ以後の岡先生の研究目標は確定した. この論文の終わりには

『— 此の充分条件は, 私には, 丁度手頃の様に思えます』

と書かれている. しかし, これの一般的な解決には不定域イデアル論が登場するのである.

C. 岡先生が札幌へ赴かれたことに就いて『春の思い出』には次の様に書かれている[11].

『私たちが北大へ参りました純数学的な理由は, 私たちは Mémoire I–VI を書いて Mémoire I の冒頭にのべた諸問題について一応瀬ぶみを終え, 次にその結果を拡張しようとしていた頃でしたから, そうしますと新しい困難が色々出てくるのですが, それを克服する手段を, 数学の他の諸分科に借りることが出来そうかどうかをしらべるためでした.』

この『新しい困難』の当面のものは, 前節の "評価付上空移行の原理" を一般な解析多面体に対して確立することであるが,『数学の他の諸分科』と云うのは初めから代数学が念頭にあったらしい. 岡先生の研究をその方向に導いたのは, おそらく 1940 年の H. Cartan の論文

Sur les matrices holomorphes de n variables complexes, (J. de Math.)

であろう[12]. しかし, 岡先生が北大へ赴かれる時に持参された代数学の参考書は, 当時出版されたばかりの新書版の小冊子,

秋月康夫著 輓近代数学の展望 (弘文堂書房 昭和 16 年 5 月 3 日初版発行)

だけであったと聞いている.

D. 札幌での二つの報告を書き終えられた後, 岡先生は直ぐに「第二報告」の "仮定 H" の研究に取り組まれた. 実際には『解決の芽生えをもって解けたと呼ぶ』[13]先生の言い方によれば, これは「第二報告」の前に解けていたのであろう. だから, 翌 1943 年にはもう不分岐多葉域に対する "岡先生の主問題" をすべて解決した五つの論文が書かれている. その全貌は 1953 年に, 第

---

[10] 『春の思い出』52 頁

[11] 51 頁

[12] 第 VII 論文を読んだ後では信じ難い事であるが, 1944 年に書かれた論文「多変数解析函数に就いて XII—固有集合体の表現」の脚注に, この論文に就いて,『ここに述べられた諸定理を此の (表題の) 問題に適用する試みからは, 著者は何等の成果をも得ることが出来ませんでした.』と書かれている.

[13] 『春の想いで』2 頁

VII 論文の結果を使って, 第 IX 論文に公表されたが, 目標を不分岐多葉域に限るなら, 現在でもこの五つの論文が最短の証明である.

ところで, 第 VII 論文はこの五つの論文の中の最初の論文「VII—正則函数の合同に関する二つの補助問題」を一般化したものと言える. それでその内容を少し詳しく紹介しよう.
先ずその序文には, 第 VII 論文の序文と同様に,

『イデアル, 合同等の代数的諸概念を, 有理整函数の分野から一般解析函数のそれに移しますと, 函数は, 変数空間の一部分で存在しても, 最早や全体では存在しなくなりますから, 此処から, 当然色々新しい問題が出て来る筈です.
其の中先ず目につきますのは, (クーザン問題のように) 被覆的に定義されたものを全域的に求める型のものです.』

と書かれている. そして本文に入って, その具体的な問題として,

≪ 問題 I — 空間 (x) の有界閉領域 $\overline{\mathfrak{D}}$ の近傍に於て正則な函数系 $(F_1, \cdots, F_p)$ と函数 $\Phi(x)$ とが与へられ, $\overline{\mathfrak{D}}$ の各点 P に於て $\Phi(x) \equiv 0 \mod (F)$ であるとき, $\overline{\mathfrak{D}}$ の近傍で正則な函数 $A_i(x)$ $(i = 1, 2, \ldots, p)$ を

$$\Phi(x) = A_1(x)F_1(x) + \cdots + A_p(x)F_p(x)$$

となる様に求めること.≫

≪ 問題 II — $(F_1, \cdots, F_p)$ を $\overline{\mathfrak{D}}$ の近傍で正則な函数系とする. 閉領域 $\overline{\mathfrak{D}}$ の各点 P に対し, 之を中心とする多円筒 (γ) と, (γ) に於て正則な函数 $\varphi(x)$ とが対応し, $(\gamma_1), (\gamma_2)$ を共通部分 (δ) を持つ様な任意の一対の (γ) とするとき, 之等に対応する函数 $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ は (δ) の各点に於て

$$\varphi_1(x) \equiv \varphi_2(x) \mod (F_1, \cdots, F_p)$$

となって居るものとする. 此の時 $\overline{\mathfrak{D}}$ の近傍で正則な函数 $\Phi(x)$ を, $\overline{\mathfrak{D}}$ の各点 P に於て

$$\Phi(x) \equiv \varphi(x) \quad (\text{mod.}\, F)$$

となるように求めること.≫

の二つが提起挙されている. これは第 VII 論文の問題 (C_1), (C_2) そのものである. そして, 容易に分かるように, この問題 II が “上空移行の原理” に相当する. 上述の『新しい困難を克服する手段を, 数学の他の諸分科に借りる』ことの内容はこのようなものであった. しかし, この問題提起に続いて

『我々は, 上に申しました様に, 少くとも此の度は, 之等の問題によって代表せられる現象自体を研究しようと云ふのではありません. 始めに御話しました研究に備へる為, 之等を補助問題として, 前以て調べて置かうと云ふのであります.』

と書かれており, 当面の目標はあくまで不分岐多葉領域に対する "岡先生の主問題" であることがわざわざ宣言されている. 不定域イデアルの概念もここには未だ登場していない.

岡先生は問題が提起されてもすぐにはそれを解こうとしないで, その段階で広範囲のことを検討されるのが常であったらしい. それが不定域イデアル論のような研究分野が創造される秘密なのであろう.

続いて, この論文では, その目標にしたがって, これらの問題を, 函数系 $(F_1, \cdots, F_p)$ に対して, 奇妙な条件を付けて研究されている. それは次のような条件である.

$\ll$ F_1 は恒等的に零ではなく, q を $2, 3, \cdots, p$ の任意の一つとし, P を $\mathfrak{D}$ の任意の一点とするとき, 若し P の近傍に於て, P で正則な函数 α_i $(i = 1, 2, \cdots, q)$ によって

$$\alpha_1 F_1 + \cdots + \alpha_q F_q = 0,$$

なる形の恒等式が成立するならば, P に於て常に

$$\alpha_q \equiv 0 \qquad \mathrm{mod}\ (F_1, F_2, \cdots, F_{q-1})$$

である.$\gg$

随分分かりにくい条件であるが, "上空移行" を考えるときのように, 函数系が $F_j = y_j - f_j(x)$ $(j = 1, \ldots, \nu)$ という形のときには成り立つ条件である[14]. この条件の下で上記の二つの問題は解決される. これは第 VII 論文の結果と比べると, ひどく特別な場合のように見えるが, 不分岐域に対してはこれで充分だというだけではなく, 一般な場合の問題 (C_1), (C_2) についてもその本性はこれで見極めがついたであろう. そして次の論文「VIII— 分岐点を持たない有限領域に対する第一基礎的補助定理」で「第二報告」の "仮定 H" が不分岐域に対して完全に解決される[15].

なおこの五つの論文に書かれた部分は 1942 年の暮れ, 東京に滞在されていた時期に, 紙も鉛筆も使わずに解いたのだと言っておられた.

これ以後 (1944 年以後), 岡先生の目標は内分岐域の研究になる. 問題は上空移行の原理を内分岐領域に拡張することであるが,[16] 残されている問題は, 現在の言葉で言えば, "幾何学的不定域イデアルの閉筒状域における擬底を求めること" だけである[17]. 岡先生はそれを 1944 年に書かれた論文「多変数解

[14] 実際に使われるのは, $\Sigma_q : F_j = 0$ $(j = 1, 2, \ldots, q)$ とするとき, 任意の q にたいし,

1°. Σ_{q+1} の次元は Σ_q の次元より小さい.

2°. $(F_1, \cdots, F_q)$ が Σ_q の $\mathfrak{D}$ における幾何学的イデアルの擬底になっている.

という条件である. なお, この条件の下では第 VII 論文の問題 (E) は不必要である.

[15] "第一基礎的補助定理" とは "評価付の上空移行原理" のことである.

[16] もう一つ, 大きな問題として "内分岐擬凸状域に対する境界問題" があるが, これは現在も未解決である.

[17] 上空移行の原理は, B で述べた記号で, (Σ) 上の正則函数を (C) における正則函数に拡張することであり, それは問題 (C_2) によって解決すると言ったが, そのためには問題 (C_2) の函数 F_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ が Σ に関する幾何学的不定域イデアルの (C) における擬底になっていなければならない.

析函数に就いて, XII 固有集合体の表現」で一度試みられたが成功しなかった. これは大変な問題だったのである.

E. それから 2 年後, 敗戦の翌年に, 1946 年 3 月 3 日の日付で高木貞治先生宛ての手紙が書かれている. この年には, 完成した論文は書かれていないので, この手紙は風樹会への研究報告として書かれたものかもしれない. これは第 VII 論文の進展状況の報告なので, その内容を少し立ち入って紹介しよう.

1. その手紙では先ず,

『昨年は, 引き続き馬鈴薯甘薯等代用食の自給や供出に可成り時間を割かなければならなかったのですが, それでも, 何時まで此の研究をつづけられるか分からないと云う気持に緊張していました為か, 意外に捗りまして, 今年の二月中旬までにノートで云って十冊ばかり書きました.』[18]

と書かれている. それについて『春の思い出』にも次のように書かれている[19].

『その十冊のノートは, 今私の手許にございますが, これは云はば肥料, それも「寒肥え」と云った感じのものでありまして, 白根は其の下にのびているのでありますが, それは殆ど書いてありません. 筋肉労働をしながらでは, それに餘り食物がひど過ぎて, あれでよく生きていられたもの, またよく胃がもったものと感心します. こまかいことはとても面倒で書く気がしなかったのであります.』

この十冊のノートと言われているものは, 残念ながら現在,

1. 研究の記録 其の一. 1945 年 4 月 25 日～ 5 月 11 日.
2. 研究の記録 其の六. 1945 年 12 月 14 日～ 12 月 29 日.
3. 研究の記録 其の七. 1945 年 12 月 29 日～ 1946 年 1 月 16 日.

の三冊しか残っていない[20]. これは研究メモであって, 岡先生の言葉通り, 解読するのは大変であるが, このノートで岡先生は改めて第 VII 論文に至る研究を本格的に始められたらしい. かつて

『最初に “剰余の定理” と “クーザン特異点 (次節に説明する.) を持つ例” が出来て, VII, VIII がはっきりしてきた』

と言われたことがあったが, それはこの時期の研究であったと思える. 不定域イデアルの概念も, その特別なものが, “疑似イデアル” と云う呼び方で, “研究の記録” 其の一 の五月六日の日付の頁に初めて登場する. そこには次のように書かれている.

[18] 当時は日本中が飢えていた時代ではあるが, それにしてもこの手紙の末尾には読むに耐えない事が書かれている.
[19] 48 頁.
[20] 今のところ, このノートはどこにも公表されていない.

≪ $\mathfrak{D}$ に於ける被覆可能な固有集合体[21]を Σ とする. Σ の任意の点を M とするとき, M の近傍で正則であって, Σ 上で 0 となる様な函数の全体からなる函数族 J を Σ に付随する幾何学的疑似イデアルと呼ぶ.≫

そして幾何学的疑似イデアルにたいしてその擬底を求めることが研究されているらしい.

2. 高木先生宛の手紙に戻ると, 続いて, 問題 I, II, III という名称で, 第 VII 論文の問題 $(C_1), (C_2), (E)$ が説明されており, それについて次の様に書かれている.

≪ $\overline{\mathfrak{D}}$ が外的正則凸状ならば, 問題 I, II, III は常に解ける.

(一カ所調べ残してある所がありますから, 或いは今一つ証明法があるかも知れませんが) その途中の主要な宿駅として次の二つが挙げられます.

a. Weierstrss の予備定理における条件の全局的研究.[22]

b. 局所的諸問題の研究.

又, 上述の諸問題 (I, II, III) と同時的に解決すべきものにつぎの問題があります :

c. 第一基礎的補助定理の拡張.≫

この c は評価付きの上空移行原理であり, 第 VIII 論文の主題である. 翌 1947 年に書かれた高木先生宛ての手紙 (第一信) によると, この時期, これは未だ解決していなかった[23].

3. これに続いて手紙では上記の a について次のように書かれている.

≪ n 複素変数 $(n \geq 1)$ の空間 (x) の点 (a) の近傍で, 正則な函数 $F(x)$ を考え, $F(a) = 0$, $F(x) \not\equiv 0$ とします. 此のとき, 若し $F(a_1, \ldots, a_{n-1}, x_n) \not\equiv 0$ ならば Weierstrass の予備定理があります. 問題は, 此の条件

$$F(a_1, \ldots, a_{n-1}, x_n) \not\equiv 0$$

であります. 之を Weierstrass の条件と呼ぶことにします.

問題が局所的のものに止まって居ます場合は $F(a) = 0$, $F(x) \not\equiv 0$ であるやうな函数を変形して, 上の条件をみたさしめることは, ごく簡単であって, 適当な可逆一次変換を行えば充分でありますが, 全局的の問題に上の予備定理を使はうとすると然うは行きません.

のみならず, 此の点を解決して置かなければ, 内分岐した多葉領域に於いて, (多変数) 函数論を (全局的に) 考えることの意義さえ怪しくなります. (寧ろ一歩進んで固有集合体上の関数論をたてるべきかも知れません)≫

---

[21] 現在解析集合と呼ばれているもののことである.

[22] これは一度 1946 年度の報告として書こうとされたのかも知れない.

[23] 内分岐域の場合, 上空移行の原理で問題になる解析集合 (Σ) は特異点を持つことがあり, その場合, 一般には局所的にも (Σ) 上の正則函数を空間の正則函数に拡張できるとは限らない. それに対処する問題が未解決であった.

少しさかのぼるが, 岡先生は取り消された 1943 年の論文「XII—固有集合体の表現」で, “空間の一次変換で大域的に Weierstrass の条件が満たされるようにできる” ことを証明しようとされた. 実際それは可能なのであるが, そのときの岡先生の証明は不十分であったため, 一時それをあきらめて, 論文「Weierstrss の条件」では, 領域の解析的な変換でそれが可能なことを示しておられ, この手紙ではそれが報告されている.

ところで, 第 VII 論文にはこの部分は無く, 三つの主問題は問題 (K) に帰着さして解決されている. その問題 (K) を第 VII 論文の本文から抜き出しておこう.

≪ 空間 (x) の領域 D に恒等的零ではない p 個の正則函数 F_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ を考え, 方程式

$$A_1F_1 + A_2F_2 + \cdots + A_pF_p = 0 \tag{1}$$

を考え, D 内の領域 δ でこの方程式を恒等的に満たす正則函数の系を $[A_1(x), A_2(x), \ldots, A_p(x)]$ として, (A_1, δ) の集合 (I_1) を考える. この (I_1) はイデアルを作る.

問題 (K)　空間 (x) の領域 D に同次線型函数方程式と D の点 P が与えられているとき, 対応するイデアル (I_1) の P における有限擬底系を求めること.≫

これは第 VII 論文の主要問題であり, それが肯定的に解決したのは, この手紙が出された後の, 1946 年 6 月頃とのことである. それで, その手紙にある『一カ所調べ 残してある所がある』と言うのが問題 (K) のことであり, それが解決したので第 VII 論文が今のような形になったのであろうと想像される.
そうだとすると, 問題 (C_1), (C_2) および (E) には第 VII 論文の解法以外にも別の解法が有るのだろうか?

3. 第 VII 論文の主目標.　第 VII 論文は『岡先生の主問題』を分岐点を内点とするような領域に拡張するための準備であり, それに続く第 VIII 論文で内分岐域に対する “上空移行の原理” が確立される. したがって, その背後では内分岐領域に就いての多くの研究が成されている.
改めて内分岐領域を研究し始めると, 局所的にも今まで気付かれていなかった多くの奇妙な現象に出合う. その主なものを挙げると,

1. 一意化不可能な分岐点の存在. (函数 $\sqrt{xy}$ のリーマン面の原点の近傍は単葉な領域と同相ではない.)
2. クーザン特異点の存在. (函数 $\sqrt{xy}$ のリーマン面上では, 解析面 $x-y=0$ は二つの既約成分に分かれるが, その一方だけで一位の零を持つ正則函数は存在しない.)

3. (H) 性を持たない点の存在. (x, y の空間における解析面 $x^3 + y^2 = 0$ 上の函数 $\sqrt{x}$ は原点の近傍で, 空間の正則函数の制限とはならない.)

しかも, これらの事実は第 VII 論文に予告され, 第 VIII 論文で解決された "幾何学的イデアル" の局所擬底の存在と深く関わっている. 第 VII 論文はそれらを全て見極めた後に書かれているのである.

4. 主観的内容と客観的形式. 第 VII 論文は 1948 年に, 多分手書きの原稿のままで,[24] ノーベル賞の受賞に渡欧された湯川秀樹氏によって H. Cartan の許に届けられ, 1950 年に彼の論文

Idéaux et modules de fonctions analytiques de plusieurs variables

と共に Bull. Soc. Math. de France に掲載された. (以後これを Bulletin 版と呼ぶ.) その後, 1961 年に岩波書店から出された岡先生の論文集

SUR LES FONCTIONS ANALYTIQUES
DE
PLUSIEURS VARIABLES

にも収録されている. (以後これを岩波版と呼ぶ.)[25] ところが, 奇妙なことに, この二つの論文はかなり文章が違っているのである. その事について『岡潔先生遺稿集第一集』の序に秋月康夫先生は次のように書いておられる.

『戦後 H. カルタンの世話で, フランス誌上に発表した論文において, 親切にもカルタンがフランス文に手を入れ, 分かりにくい表現の箇所を少し書き換えられたことがあった. それに対して, 岡君は感謝どころか, 非常に不満で, 私に強く憤激をぶちまかれたものであった. (後ほど 奈良でカルタン氏と会見されたが, その折りは心から喜んでいられたようすで ほっと安心したことであった.)』

ところが, 同じその事について岡先生は「数学に於ける主観的内容と客観的形式とについて」[26] と云う表題の文章の中で次の様に書いておられる.

『私は 1948 年に VII — Sur les quelques notions arithmétiques を書いて仏蘭西へ発表することを頼んだのですが, 1950 年に数学の雑誌 Bulletin de la Société mathématiques de France (pages 1~27) に発表せられたものを見ますと, 私の原論文と客観的内容は全く同一ですが, どうした訳か主観的内容の方はもとの面影が残らない程要所要所を書き変えてしまってあるのです.

これは全く世の習慣に反することであって処置に迷ったのですが, 原論文を発表しなければならないことだけは, 上に色々説明しました事によって明らかと思います.』

---

[24] Bull. Soc. Math. de France に掲載された論文の末尾には (Manuscrit reçu le 15 1948) と書かれている. わざわざ Manuscrit と書かれているのは, それが手書きの原稿だったからと想像される. このことは以下に述べることと関係があるのかも知れない.

[25] このホームページに収録されているのは, 岩波版の日本語訳である.

[26] このホームページの『各種作品』に公開されている.

このような経緯から第 VII 論文は二つ存在することになった. カルタン先生によって手を入れられた部分は次の三つの種類に分類できる.

1. フランス語の修正,
2. 数学的に分かりにくい表現の修正,
3. 主観的内容の削除.

秋月先生はこの 1 と 2 とについて述べておられるが, 岡先生はこの 3 を問題にしておられる. このことについてカルタン先生の話は何も聞いていない.

ところで, 1984 年に Springer–Verlag から出版された岡先生の論文集

KIYOSHI OKA CLLECTED PAPERS[27]

には R. Remmert の序文 (ドイツ語) と H. Cartan の, 全体および個々の論文に就いての解説 (フランス文) が付いている. その中で R. Remmert はゲーテの言葉を引用して

≪Okas Mathematik bedarf der Ineterpretation. Goethe spricht einmal von der Dumpfheit des Genies, das Dinge schaut, ohne dem Geshauten sofort den klaren Ausdruck geben zu können. Klarrheit wird erst allmählich druch später Arbeit gewonnen.≫
(岡の数学には通訳が要る. かつてゲーテは天才の分かりにくさについて, 天才は見たものについての明白な表現を与えることができないままでそれを見る, と言っている. 明白さは後続の仕事によってようやく得られる.)

と書いており, また H. Cartan はその全体の解説の中で

≪ Mais il faut avouer que les aspects techniques de ses démonstrations et le mode de présentation de ses résultats rendent difficile la tâche du lecteur, et que ce n'est qu'au prix d'un réel effort que l'on parvient à saisir la portée de ses résultats, qui est considérable.≫
(しかし次のことは認めざるを得ない. すなわち, 彼の証明の技術的側面や彼の結果の表現の様式は読者の責務を困難にしているし, 彼の結果の影響は重要なものであるが, それを理解するには真の努力と引き換えでなければならない.)

と書いている. これらの言葉はおそらく岡先生の "不定域イデアル" がシーフ理論に発展した経緯を念頭に書かれたものと思われるが, 上記の 1 と 2 の書き換えについても当てはまるであろう. しかし, これだけでは未だ上記の 3 の書き換えは理解できない. それについては, よく言われるように, 数学の論文を一つの建築物になぞらえ, "それを建築するには多くの足場が要るが, それが出来てしまえば, 足場を取り去らないと, 美観が損なわれる" という考えがあるのかもしれない.

最後に参考のため, 岩波版と, Bulletin 版の序文およびその日本語訳を紹介しておく.

[27] ここに収録されている第 VII 論文は岩波版である.

岩波版の序文

Nous sommes maintenant en chemin de nous réfléchir éfforcément, en reconnaissant les caractères de difficultés que nous avons rencontrées sur la voie suivie, en observant les figures des difficultés que nous rencontrons sur le prolongement, et en faisant des autre; et dont nous exposerons ici un des résultats.

On pourra apercevoir des certaine notions arithmétiques, au Théorème II du Mémoire I (Lemme fondamental), au Théorème I du M'emoire II, et à la condition (β) (condition de A. Weil) du Mémoire V; et on rencontrera une autre, s'il admet les points de ramification; dont, sans cela, on ne pourra pas traiter même les fonctions algébriques. Ceci nous fait commencer par étudier ces notions.

Supposons quelques notions arithmétiques, la congruence et l'idéal par exsemple, transplantés du champ de polynomes à celui de fonctions analytique; la fonction ne pouvant en général plus se prolonger à tout espace fini, on apercevra des nouveaux problèmes. C'est H. Cartan qui a 'ecouvert un phénomène de cette nature, et dans le présent Mémoire on touvera, comme conclusion, plusieurs théorèmes et un problème bien filtré de la même nature; dont les théorèmes me sont indispensables pour traiter les problèmes depuis le Mémoire I, aux domaines contenant les points de ramification, et ils sont utiles pour les domaine moins compliqués.

Or, nous, devant le beau sustème de problèmes à F. Hartogs et aux successeurs, voulons leguer des nouveaux problm̀es à ceux qui nous suivront; or, comme le champ de fonctions analytiques de plusieurs variables s'étand heureusement aux divers branches de mathématiques, nous seront permis de rêve divers types de nouveaux problèmes y préparant.

≪ 現在我々は, 来し方に出逢った困難の本性を再認識し, 行く末に出逢うであろう困難の姿を考察するなどの懸命な省察の途上にある. その成果の一端をここに報告しよう.

人々は, 第 I 論文の定理 II (基本補題), 第 II 論文の定理 I および第 V 論文の条件 (β) (A. Weil の条件) において, ある種の算術的概念に気付く筈である. そしてもし分岐点を許すなら, 人々はさらなるそれに出逢うであろう. しかもそれなしには代数函数すら扱うことができないのである. この事は我々をそれらの概念の研究に駆り立てる.

幾つかの算術的概念, 例えば合同とかイデアルとかを多項式の分野から解析函数の分野に移植したとすると, この函数はもはや一般には全有限空間に延長することができないため, そこに新たなる問題が生じる. その種の現象を発見したのは H. Cartan であるが, この論文でも, 末尾にその種の幾つかの定理と精選された一つの問題を見いだすであろう. それらの定理は第 I 論文以来の問題を分岐点を含んだ領域で研究するために不可欠であるばかりではなく, それよりも単純な領域の研究に対しても有用

である.

さて, 我々は F. Hartogs やその後継者達に負う一連の美しい問題群の延長上に, 新しい問題群を後続の人々に残したいと想う. 幸い多変数解析函数の分野は数学の色々な分野に拡がっているため, 我々はここに提起された新しい問題の様々な変形を夢見ることが許されるであろう.≫

Bulletin 版の序文

Ce Mémoire est le septième d'une série dont les précédents sont : I. *Domaines convexes par rapport aux fonctions rationnelles,* 1936; II. *Domaines d'holomorphie,* 1937; III. *Deuxième problème de Cousin,* 1939 (*Journal of Science of the Hiroshima University*); IV. *Domaines d'holmorphie et domaines rationnellement convexes,* 1941; V. *L'intégrale de Cauchy,* 1941 (*Japanese Journal of Mathematics)*; VI. *Domaines pseudoconvexes,* 1942 (*Tohoku Mathematical Journal*).

On rencontre déjà certaines notions arithmétiques au théorème II du Mémoire I (lemme fondamental), au théorème I du Mémoire II, et à la condition (β) (condition de A. Weil) du Mémoire V. Plus tard, nous rencontrerons une autre notion arithmétique, dans l'étude des points de ramification; faute de laquelle on ne pourrait pas traiter des fonctions algébriques.

Nous commencerons ici par approfondir ces notions arithmétiques. Les notions de *congruence* et d'*idéal*, par exemple, seront transplantées du champ des polynomes à celui des fonctions anaiytiques. Comme la fonction ne peut pas, en général, être prolongée à tout l'espace, on rencontre de nouveaux problèmes. H. Cartan a découvert un phénomène de cette nature, auquel se rattachent plusieurs théorèmes et un problème assez complexe du présent Mémoire (*Voir* §7). Ces théorèmes me sont indispensables pour résoudre les problèmes étudiés depuis le Mémoire I, lorsqu'on veut les étendre au cas des domaines ramifiés; ils sont aussi utiles pour des domaines moins compliqués.

≪ この論文は一連の論文の七番目の物であり, これ以前のものは次の通りである. I 有理函数に関する凸状域, 1936. II 正則域, 1937. III Cousin の第 2 問題, 1939 (Journal of Science of the Hiroshima University. IV 正則域と有理凸状域, 1941. V Cauchy 積分, 1941 (Japanese Journal of Mathematics). VI 擬凸状領域, 1942 (Tohoku Mathmatical Journal).

我々はすでに, 第 I 論文の定理 II (基本補題), 第 II 論文の定理 I および第 V 論文の条件 (β) (A. Weil の条件) において, ある算術的概念に遭遇した. 後に我々は分岐点の研究において他の算術的概念に出逢う. それなしに代数函数を研究することはできないであろう.

我々はここでこれらの算術的概念を深めることから始めよう. 例えば合同やイデアルの概念が多項式の分野から解析函数の分野に移植される. この函数は, 一般には全

空間には解析接続され得ないから, 新しい問題に出合う. H. Cartan はこの種の或る現象を発見した. この現象に本論文の多くの定理と非常に複雑な一つの問題が結びつけられる. それらの定理は第 I 論文以来の問題を分岐点を含んだ領域で研究するために不可欠であるばかりではなく, それよりも単純な領域の研究にたいしても有用である.≫