

解 題

1. 初めに、岡先生の第 I 論文で提起された問題 “Runge の定理や P. Cousin の定理が成り立つ領域のタイプ, F. Hartogs の凸性と H. Cartan と P. Thullen の凸性の関係” に対する一連の研究は、未解決の問題 “内分岐領域に対する Hartogs の逆問題” を残したまま、この第 IX 論文で終わりになった。しかもこの論文の実質的な部分は、序文にも書かれているように、すでに 1943 年に日本語で書かれているのである。¹ それらの論文の表題と頁数をもう一度挙げておく²。

1. 多変数解析函数に就て, VII 正則函数の合同に関する二つの補助問題. 1943 年 9 月 4 日, 33 頁.
2. 多変数解析函数に就て, VIII 分岐点を持たない有限領域に対する第一基礎的補助定理. 1943 年 9 月 5 日, 14 頁.
3. 多変数解析函数に就て, IX 擬凸状函数. 1943 年 10 月 24 日 31 頁.
4. 多変数解析函数に就て, X 第二基礎的補助定理. 1943 年 11 月 12 日, 14 頁.
5. 多変数解析函数に就て, XI 擬凸状域と有限正則域, 有限正則域に於ける諸定理. 1943 年 12 月 12 日, 37 頁.

これらの一連の論文内容と第 IX 論文の内容を簡単に比較しておこう。

1° 日本語論文 VII と VIII の結果は第 VII 論文によって美しく一般化されており、第 IX 論文ではその結果が使われている。なお第 VIII 論文の基本補題を量的評価付きで解く問題はこの第 IX 論文の第 1 章で解決されている。

2° 日本語論文 IX と X の結果は殆どそのまま第 IX 論文の第 2 章に書かれているが、命題や証明法は第 IX 論文の方が洗練されている。

3° 日本語論文 XI の結果はそのまま洗練された形で第 IX 論文の第 3 章に書かれているが、そこにはそれ以外に、Cousin の第 2 問題と、第 VII 論文の問題 (C_1) , (C_2) , (E) が不分岐擬凸状領域にまで一般化されている。

2. 幻の第 X 論文。岡先生の論文の序文はどれも立派であるが、この論文の序文も非常に格調高く書かれている。その序文の 2 の中程に

「次の論文では、分岐点を許すと、非常に難しい問題に出合う事を見るであろう。この論文を分離して発表することにしたのは、その手段を準備し、困難さの姿を明らかにするためである。」

と書かれている。さらに第 2 章の終わりの節には、今後の問題として、

¹岡潔先生遺稿集第一集収録。このホームページに公開されている。

²同じ番号の異なる論文が色々あるので、以後フランス語で書かれて公表されている論文だけは第*論文と表記して他と区別する。

≪ 領域の内点として (適当な意味の) 無限遠点を許すか, 非超越分岐点を許すかしたときの境界問題の今後の性格 (caractère) を簡単に指摘しておこう.

第 1 の場合に対しては, 補助函数 $\mu(x) = \sum |x_i|^2$ ($i = 1, 2, \dots, n$) が使えなくなる. これが未知 (étrange) の問題を生む.

第 2 の場合に対しては, Hartogs 半径が役に立たなくなる. これは実に大変と思える困難を呈する. この困難の様相の詳細については, 今後の論文で描くと言うに止める. ≫

と書かれている. これらの文章から分かるように, この論文が書かれた時点で, 岡先生は, 内分岐領域に対しても, Hartogs の逆問題は解決したと思っておられ, 引き続き第 X 論文でその結果を公表するつもりでおられた.

Hartogs の逆問題を解決するための, 第 2 融合法と呼ばれている難解な部分は, 第 IX 論文の第 3 章 B に, 第 VIII 論文の基本補題およびその量的評価を適用すれば, 内分岐領域に対しても容易に解決する. したがって, 残されている問題は境界問題, すなわち, “任意の擬凸状領域に対して完全内部からそれに収束する強擬凸状な領域の列を作る問題” だけなのである.

ところが, 岡先生はそれを書く前に, その次の研究を始めてしまわれた. この事はおそらく例外的な事ではなく, これ以前の論文も, その次の論文の見通しがある程度立ってから書いておられたようである. もっとも, それらは一連の研究の延長上のものであった. ところがこの度のそれは, 当時の岡先生にはあまり馴染みのないコンパクト多様体の研究である. 岡先生は 1954 年 4 月から京都大学理学部の非常勤講師として毎週講義をしておられたが, 1956 年の 2 月 ~ 3 月には, その聴講者達 (私を含む) の協力で, Mathematical Reviews によって 1940 年以後の多変数函数論の分野の論文を通覧された. 上記の研究はそれを契機として始められたのである.

1958 年 5 月 30 日と日付の書かれた表紙から始まる岡先生の膨大な研究メモの扉書きに

花に明けゆくみ吉野の春の曙見渡せば
唐し人も高麗人も大和心になりぬべし

と書かれており, さらにその下に

この前に二年程かかって千頁近くかいてあるのである.

と書かれている. 先生に取って馴染みの薄かったこの分野も, 2 年もすれば親しい世界になってきたと言うのであろうか.³

³この頃は岡先生が私達数人のための研究指導にかなりの精力を注がれた時期でもある. しかしその事を考慮しても, 数年というのは, 岡先生の他の大きな研究に匹敵する長さである. この時期の研究メモは大量に残されており, 整理され次第, その全てを直筆のままの写真版でこのホームページに公表する予定である.

ところでこの研究は、何らかの成果は得られたらしいものの、1961年頃、『意味の分からない条件が出てきたから、もう止める』と言われ、結局それを論文には書かれなかった。

このように、岡先生はこの研究に数年を費やしてしまわれたのであるが、その間に H. Grauert 等の研究が次々と発表され、分岐点を含む正則域は必ずしも正則凸状ではないこと等が明かになり、境界問題は、岡先生の当初の予想どおりではないことが判明したのである。1962年に発表された第 X 論文は別種の内容である。

3. 1949年頃。前節で紹介したように、『解決の芽生えを以て解けたと言う』先生の言い方で、ある時期 Hartogs の逆問題は解決したと思われた。残されている研究資料に依ると、それは1949年の初頭の事らしい。したがって第 VIII 論文が書かれる前である。

この年の一月には“Poincaré の問題、素材其の一”および“素材其の二”⁴が執筆され、続いて日本語による論文

Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables,
XI Rappelées du Printemps.⁵

が執筆された。(春とは芽生えの時期という意味である。)

岡先生はある意味で非常にサイエンティフィックな方で、常々『問題が解けるには解けるだけの理由があるし、解けないには解けないだけの理由がある』と言っておられた。遡ると、第三高等学校(旧制)の頃に Poincaré の三部作、「科学と方法」「科学の価値」「科学と仮説」等を読まれ、多くの影響を受けておられる。中でも、“数学上の発見は如何にして起こるか”という問題に非常に興味を持たれたらしい。しかもそれは、「Poincaré の体験のようなインスピレーション型の発見が自分にも起こるか」という類の関心だけではなく、さらに“数学上の研究はどのように生い立つか”という問題をも自ら提起し、自分の数学研究の全体をこれらの問題の研究素材とみなしておられた。このことに関して、日本語で書かれている論文

Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables,
VIII Un problème d'existence intérieure.⁶

の序文には

「私の力の及ぶ限りこれを解決しておこうと決めているのであります。」とまで書かれているのである。この時期にこれらの執筆が集中してなされていることは、本節の初めに述べた事から理解できる。なお上記の言葉はおそらく随分早い時期、もしかすると岡先生の学生時代の秘められた決心をここで

⁴何れも、岡潔先生遺稿集第三集に収録されている。

⁵岡潔先生遺稿集第四集に収録

⁶岡潔先生遺稿集第三集に収録

始めて表明されたのかもしれない。そしてそれ以後この決心は常に岡先生の念頭を離れなかったのであろう。

上記の論文「春の思い出」は1949年の2月から4月にかけて書かれており、その序文によると、春に続いて夏（茂りの時期）と秋冬（実りと納めの時期）を書かれる予定であったらしい。しかし残念ながらそれを遺稿の中に見つけることはできない。

1949年7月には新制大学として発足した奈良女子大学の教授に就任され、1951年には奈良市佐保田に移り住まわれたが、当初は和歌山県の慶賀野から通われていた。しかも未だ第VIII論文は執筆されていない。これ等の事を思うと、おそらくそれらの執筆の時間的余裕は無かったであろう。それにしても残念なことである。

4. Riemann のエスプリ。第IX論文まで来て、もう一度第I論文以来の研究の流れを振り返ってみると、岡先生の三つの大きな仕事としては、一般に言われているように、又先生自身がそう言うておられるように、Cousin の問題、展開の問題、Hartogs の逆問題、というのではなく、専門外の方には分かり難くなるが、上空移行の原理、Cousin 問題の第2融合法、擬凸状領域の境界問題と言いたくなる。

岡先生はかつて『数学をやろうと決心したときには、Riemann 全集ぐらいは読んでましたよ』と言われたことがある。Riemann に関心を持たれたきっかけも、先に述べた Poincaré の「科学の価値」かもしれない。もっとも、後年に書かれた岡先生のエッセーによると、この『読んだ』という意味はそれほど単純ではないが、それはともかく、岡先生は、Riemann に出会って数学をする気になり、『Riemann の続きをやろうと思った』⁷というのである。

岡先生のエッセー「春宵十話」の中に“学を楽しむ”という節があるが、その中に『Riemann は、自分が何を理想としているかをよく見きわめようとし、またそれが可能であることを示すために論文を書いた』と書かれている箇所がある。この言葉の前には、Riemann に至る、ギリシャ以来の数学の流れを描写しておられるが、それは少し長いので、ここでは別の所でそれをさらに簡潔に書いておられるのを紹介しよう。⁸

≪ 数学はギリシャにいたって知性の自主性を得て独立し、文芸復興のとき芸術に少し遅れて、イタリアに渡って、ギリシャの雄弁型が推理型となり、フランスにはいってまず記号を使いこなし、ついで存在という基盤を得て、代数、幾何の二分枝を融合し、十九世紀にはいって哲学から先ず自覚することを、ついでこの世紀の思潮から理想を追うことを学び、彼にいたったのである。

彼の数学の特徴は、非常に高い理想を求めてやまないことである。≫

⁷—葉舟 文庫版 244 頁

⁸春の雲, 7 数学者リーマン, 講談社現代新書 107

このような要約は随分早くから意識され、永年にわたって反芻されてきたものであり、もっと簡潔に幾度もセミナーの中で話された。

『自覚』とは自分の状態を覚ることであるが、人は誰でも目の覚めているとき「今何をしているか」は覚っている。しかしそれが「何をしていることになっているか」を覚っていることは少ない。さらに、「何が自分をしてそうあらしめているか」を覚る人はごく稀であろう。

『理想』という言葉の意味は、上記のエッセーにゲーテの「ウィルヘルム・マイスターの徒弟時代」を例に挙げておられることからおおよその見当がつくが、さらに『理想とは悠久なものを望むエスプリである』とも書かれている。

岡先生の研究の背後にはこの『深い自覚』と『高い理想』が秘められている。1930年頃に完成された論文「有理函数と可換な代数函数」⁹が、一度 Julia 先生に提出された後に取り戻されたことも、フランス時代の研究が数ページのノート¹⁰に結果を発表されただけに終わったことも、さらに前節に述べたコンパクト多様体の研究を止めてしまわれたことも、皆このことから理解できる。

さらに岡先生は『理想はおそろしくひきつける力を持っており、見たことがないのに知っているような気持ちになる』とも言っておられる。

この節の初めに述べたことは、岡先生にとって、例えば“Cousin の問題や展開の問題を解くこと”が理想なのではなく、“Cousin の問題や展開の問題が解けるようになること”が理想だったのでなかろうかという意味である。そう思うことによって始めて、上空移行原理にたどり着く直前、“緑陰図”を描きながら岡先生が何に意識を集中しておられたかが分かる様な気がする。

『Riemann の続きをやりようと思った』ことの内容はこのようなものであった。

5. 後世への贈り物。岡先生の著書「紫の火花」に収録されている“すみれの言葉”には次のような文章がある。

「最近になって解けない問題が二題ある。なぜ二題出たかという、もはや解けるまでやっていたのでは、私に残された時間が限られていて、私の本当に目標としていたところをやるいとまがなくなるかもしれない。それで途中で止めてしまったのである。」

この二題というのは多分一つが“コンパクト多様体”の研究であり、もう一つは“Hartogs の逆問題”である。かつて岡先生は一連の問題に対して『この峠を越えた向こうに花園を開こうと思っていたが、それを越えるのに予想外の時間が掛かってしまった』と言われたことがあった。これらの仕残された問題が岡先生の後世への贈り物なのだろうか。

⁹岡潔先生遺稿集 第六集収録

¹⁰Note sur les fonctions multiformes etc., (Journal of Science of the Hiroshima Univ., 1934)

昔、岡先生から『バッカスの杖を持っているものは多いが、バッカスの風貌を備えているものは少ない』という言葉聞いたことがある。後にそれはショーペンハウエルの言葉であり、『文化を取り扱うための手段をよく知っているものは多いが、文化それ自体の顔つきを知っているものは少ないという意味である。』¹¹と解説しておられることを読んだが、私は今でも「岡先生を賛美する人は多いが、岡先生のように生きようとする人は少ない」という意味だと思っている。

¹¹ 「紫の火花 カボチャの生い立ち」