

岡潔先生の数学 — 原論文の紹介

西野利雄

1999年7月1日

序文. 岡潔先生は“多変数解析関数について”という表題の下に十篇の論文を公表された. そのサブタイトル, 公表年次およびそのページ数は次の通りである.¹

多変数解析関数について

1. 有理関数に関する凸状域. (1936) pp.11
2. 正則域. (1937) pp.15
3. Cousin の第 2 問題. (1939) pp.13
4. 正則域と有理凸状域. (1941) pp.5
5. Cauchy の積分. (1941) pp.9
6. 擬凸状領域. (1942) pp.38
7. 或る算術的概念について. (1950) pp.35
8. 基本補題. (1951) pp.31
9. 内分岐点を持たない有限領域. (1953) pp.77
10. 擬凸状領域を生成する新しい仕方. (1962) pp.11

レジュメを除けば, 岡先生の公表論文はこれで全部である. 以下に紹介するのは, これらの全論文の日本語訳である.

1. 残された資料等によると, これらの研究は 1935 年から始まっている. それで最初に, それ以前の岡先生の軌跡を簡単に振り返っておこう.²

岡先生 (1901-1978) は 1925 年に京都大学理学部を卒業されたが, その頃から先生は B. Riemann に強く傾倒しておられた. それは Riemann のエスプリが, 未知なる事実の発見のみに止まらず, 数学的自然の創造をめざしていることに共鳴されたためであろう. そのため「計算や論理は数学ではない」とまで主張されるような数学観を早くから持っておられた.

そのような思想的背景の下で, 1927 年頃から G. Julia の論文

Mémoire sur la permutabilité des fractions rationnelles (1922)

に触発されて, 後に“有理関数と可換な代数関数”という表題の付けられた研究が始められた. それは 1929 年からのフランス留学中にも続けられ, 一応の完成をみて, フランス語でタイプによる清書までされたにもかかわらず, 公表

¹K. Oka, *Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables*, (1983) 岩波書店

²これは岡先生から直接聞いた断片的な言葉を綴り合せて多少の想像を混じえたものである.

されなかった。³ そのような研究が数学の核心に迫るものとは思えなくなったためである。

もともと岡先生の留学は、「日本に居ては数学上の成すべき仕事を探り当てるのは困難である」と考えての事であったが、その地で探り出され研究分野は多変数函数論であった。

E. Goursat, Cours d'Analyse Mathématique 第2巻

の中程に書かれているこの分野の数十頁程の紹介に触れ、「霧ながら大きな町にいでにけり(移竹)」と思われたのがきっかけであったとのことである。なお、1変数から多変数に移るには、空間の広がりから来る心理的な障壁があったが、それを Julia の論文

Sur les familles de fonctions analytiques de plusieurs variables (1926)

を持ち歩くことで乗り越えた」と聞いている。

その後、在仏中にこの分野での二つの研究成果を得て、1932年に帰国され、広島大学に赴任された。その研究は完成すれば200頁にも及ぶ論文になる筈であったが、その執筆中に Behnke-Thullen の著書

Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen. (1934)

が出版されたため、それも途中で打ち切られ、⁴ レジюме

Note sur les familles de fonctions analytiques multiformes etc.

だけを1934年に広島大学の紀要に公表して、1935年の1月2日からこの本に取り組みられたのである。

この本は、その序文に“教科書と百科全書の間”と書かれているように、100頁余りの小冊子ながら、当時までのこの分野の研究成果が、大部分証明抜きで、網羅されている。それを、ときには大阪大学の図書館まで原論文を見に行ったりしながら、二カ月程で読了されたとき、岡先生の脳裏には多変数函数論の全貌と、そこにおける主問題、すなわち Hartogs の逆問題、およびそれにまつわる諸問題、すなわち Cousin の問題と Runge の問題が、それらの相互関係と共に鮮明に描き出された。

もう少し付言すると、先生は在仏中、すでに Cousin の論文と Julia の論文は読んでおられたので、多変数函数論を生涯の研究分野と決心されたときには、そこに Hartogs の逆問題が主問題として残されていることが主な動機であったと思われる。しかしこの問題に取り組むためには、多変数函数論の“全貌”をとらえること

³後年、「自分の数学を理解してもらうにはこれも必要である」と思われ、「そのうちに公表したい」と書いておられる。(岡潔先生遺稿集 第四集 春の思い出) そのためこの論文は岡潔先生遺稿集第六集に写真版で収録されている。

⁴大部分は仏文、一部は日本語であるが、そのまま岡潔先生遺稿集第7集に収録されている。

が不可欠であった。そう思えば、Behnke–Thullen の著書が出版された途端に書きかけの論文を中断された心情もよく理解できる。

2. 岡先生の研究の主問題は解析函数の自然存在域を見極める事であったが、その流れの全体を辿ると、第 1 主題は“上空移行の原理”⁵であり、第 2 主題は“第 2 融合法”⁶であることが分かる。その第 1 主題は第 I 論文に素朴な形で提示された後、第 II 論文などのバリエーションを伴って発展し、第 VIII 論文で完成する。⁷それにつれて Hartogs の逆問題も、第 2 主題が始めて現われる第 VI 論文の、複素 2 次元空間における、有限で単葉な領域の場合から、第 IX 論文の、一般次元の空間における有限で不分岐な多葉領域の場合にまで一般化された。しかし第 VII 論文および第 VIII 論文は内分岐領域を目指したものであったにも拘らず、その場合の主問題は未解決のまま残された。

途中、第 IV 論文において、多変数の正則域は、1 変数のときとは異なり、一般には有理凸状でないことが解明されている。第 III 論文はそのための準備である。⁸

ところで、岡先生の研究は、山頂を目指す類のものではなく、峠を超えようとしたものであった。いつか「この問題にこれほど時間がかかるとは思っていなかった」と言われたことがある。峠の向こうに花園を開くことを夢見ておられたのである。なお、第 X 論文はその方向のものといえる。

3. 「数学は認識の学問である」と言う岡先生の言葉がある。数学上の“命題”は数学的自然における或る“事実”の粗雑な言語表現に過ぎない。従ってその命題が指し示す“事実”の如実な認識には無関心なままで、言葉の論理的な繋がりだけを追って、その“命題”の証明に矛盾のないことを確認するだけでは数学が分かったことにはならない。もっとも岡先生の論文はそのような読み方ができないように書かれている。

先生はかつて「死蔵されている知識は無い方がよい」と言われたことがある。役に立たないだけでなく、邪魔になるというのである。実際、知っている言葉に出会うと、それだけで分かったような気になり、その言葉の指し示す事実の深い認識を妨げる。

先生の論文は、三つの論文

1. P. Cousin, Sur les fonctions de n variables complexes, Acta Math. Bd. 19 (1895).
2. G. Julia, Sur les familles de fonctions analytiques de plusieurs variables, Acta Math. Bd. 47 (1926).

⁵第 I 論文の定理 II をそう呼ぶ

⁶第 VI 論文の主問題の解法をそう呼ぶ。Cousin の融合法を第 1 とした命名である。

⁷第 VI 論文から第 VII 論文に至るミッシングリングは、岡潔先生遺稿集第 1 集に収録された 1942 年と 1943 年の日本語による論文で回復する。

⁸一般に第 I 論文と第 II 論文で Cousin の第 1 問題を解き、第 III 論文で Cousin の第 2 問題を解いたと言われているが、岡先生はその二つを同列のものとは考えておられなかった。

3. H. Cartan und P. Thullen, Regularitäts und Konvergenzbereichen, Math. Annalen Bd. 106 (1932).

さえ読んでおけば理解できる。⁹ 実際、これらの論文で解明されている数学的自然を正しく認識していさえすれば、岡先生の論文が、世間で言われているような、難解なものではないことが分かるであろう。

4. 岡先生の論文が執筆されてからすでに半世紀以上が過ぎ去ったが、その間に数学の言葉使いや論文の書き方がかなり変化した。それでこの翻訳に際しては、原論文に忠実であることよりも、理解のし易さに重点を置いた。例えば疑義が生じてもフランス語の原論文またはその忠実な英語訳¹⁰ が容易に手に入る。

術語の訳はなるべく現代一般に使用されている言葉を選んだが、そうし難いものには適当な訳語を当て、最初の一回だけ括弧内に原語を示した。

各論文に2種類の訳注と解題を付けた。一つの訳注は短いもので、[訳注 *]として、本文中に挿入し、他の一つは本文に訳注番号だけを挿入して、その内容は論文の最後に纏めて書いた。これらは共に原論文の説明不足を補ったものであるが、目障りになることを恐れている。解題は岡先生から断片的に聞いたその論文に纏わる事柄を綴り合わせたものである。これによって、先生の研究の仕方や、各論文の主定理の発見に至る過程を少しでも感じ取って頂ければ幸いである。

⁹これは岡先生の言葉であり、これ以外は必要に応じて読めばよいと言う意味である。

¹⁰KIYOSHI OKA COLLECTED PAPERS, R. Narasimhan 訳 Springer-Verlag (1984)