多変数解析函数に関する研究
第二報告
岡　潔

二つの複素変数の描く有限空間では, 一葉擬凸状域は必ず正則域であると云ひました. 其の証明の要点は Mémoire VI の Partie I (学士院記事へ予報した部分) でありました. 私は此処の所で Weil–型の積分を使ったのでありますが, 此の方法は n 変数にすれば 既に相等煩雑になると思ひます. まして我々は一葉性をも取り去ろうと云ふのであります[1]. それに処する方法を御話しします.

1 — 暫く Mémoire I へ帰ります. 其の第一節で次の型の問題を考へました.

n 個の複素変数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ の描く有限空間を $((x))$ で表はします. (以下同様の記号を用ひます.) $((x))$ 内に次の形に定義せられる開集合 Δ,

$$(\Delta) \qquad x_i \in A_i, \quad Y_j((x)) \in B_j \qquad (i = 1, 2, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

を考へます. A_i, B_j は平面上の有界な一葉領域であって, $Y_j((x))$ は Δ の近傍で (Δ を其の内部に含む様なある開集合で) 正則な函数です[2]. (以下習慣に従って一価解析と云ふ言葉は略し, 単に正則函数と云ひます.) 但し此の開集合は一般に数個の領域に分かれますが, 其の一つ或いは任意の数個を指して Δ と呼んでよいことにします.

複素変数 $y_1, y_2, \cdots, y_\nu$ を導入し, 空間 $((x, y))$ に於いて次の形の固有面片 Σ,

$$(\Sigma) \qquad y_j = Y_j((x)), \quad ((x)) \in \Delta \qquad (j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

を考へますと, 此の面片 Σ の境点は総て次の筒状域 (C),

$$(C) \qquad x_i \in A_i, \quad y_j \in B_j \qquad (i = 1, 2, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

の境界上にあります. 之は非常に大切なことです. 次に $f((x))$ を Δ で正則な任意の函数とします. 之を其の儘 $n+\nu$ 個の変数 x_i, y_j に関する函数と考へましょう. 之は何時でも出来ますが, 問題は, そう考へると此の $f((x)) = f((x, y))$ は何処で正則になるかと云ふことですが, それは Σ の各点で正則になります.

問題 I — ≪ 筒状域 (C) 内で正則であって, Σ の各点 M で

$$f(M) = F((x, y))$$

[1] 第一報告のものを地勢的困難と云ふならば, 之は正しく技術的困難と呼ばるべきものであります. 又第一に目につきます.

[2] ≪ Une ≫ fonction analytique の義について Mémoire I 参照.

となる様な函数 $F((x,y))$ を求めること.≫ — 之が Mémoire I の問題 I です.

我々は此の問題に対し, 一歩進んで, 暫く次の様に仮定しましょう.

仮定 H — ≪ 問題 I は解ける. 更に若し $f((x))$ が其の境界をも含めて Δ で連続ならば,

$$\max|f(\Delta)| = m$$

(m は必然有限) とすれば,

$$\max|F[(C)]| \leq Nm$$

を充す様な, 其の境界をも含めて (C) で連続な $F((x,y))$ が存在する. ここに N は $f((x))$ に無関係な或る正の数である.≫ [3]

2 — 第三節へ移ります.

問題 A — ≪ 前節の開集合 Δ に於て, x_1 平面上の領域 A_1 内に, 長さの測れる Jordan の単純曲線 L を描き, 其の端を a, b とします. (a も b も定義として A_1 内にあるのです.) T を次の様な点集合とします. $x_1 \in L$, $((x)) \in \Delta$. T の近傍で正則な函数 $f((x))$ が与へられた時, T を除いた Δ の各点で正則であって, T に於て次の様な不連続性を持つ函数 $\varphi((x))$ を求めること.

1° T を横ぎって $\varphi((x))$ を解析的に延長することが出来て, その延長部を $\psi((x))$ で表はすと

$$\varphi((x)) - \psi((x)) = \pm f((x))$$

となること. 但し $x_1 = a, b$ は例外であります. 符号は T の左岸に於ける $((x))$ に対して $+$ です. (T の左岸における $((x))$ とは, x_1 が L を a から b へ描いた時, 其の左方にあると云ふ意味です.)

2° 省略します.≫

以上が問題 A です. 此の問題は, 筒状域に対しては, P. Cousin が解いて居ます (Acta,1895). 所で我々は前節で仮定を置きましたから, Mémoire I の方法で, 上の問題を Cousin の場合へ持って行くことによって, 解くことが出来ます. 所で, 我々が欲しいのは解けると云ふ答だけではなくて, 其の解の形です. それで Mémoire I を今少し詳細に思ひ出さなければなりません.

函数 $f((x))$ は T の近傍で存在します. それで今 G を, A_1 の内部に含まれ, L を含む様な, x_1 平面上の一葉領域とし, $f((x))$ を $x_1 \in G$ と Δ との共通部分で正則と考へましょう. 此の条件の下に, (C) と $x_1 \in G$ との共通部分で正則であって, $x_1 \in G$ 内の Σ 上の各点 M に於て

$$f(M) = F((x,y))$$

となる様な函数 $F((x,y))$ が欲しいのですが, 之は問題 I ですから, 仮定に依て $F((x,y))$ は常に存在します.

[3]（編注）次の「$\cdots$」内の様な朱筆の書き込みがある. 「$\Delta' \supset\supset \Delta$　$f(x) : \Delta'$ で正則, $\max|f(\Delta')| = m, \max|F[(C)]| \leq Nm$ でよい. 8 頁参照. 」

此の $F((x,y))$ に依て, 積分

$$\Phi((x,y)) = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{F(t,x_2,\cdots x_n,y_1,\cdots y_\nu)}{t-x_1}\,dt$$

を作ります. (積分の方向は a から b へ.) 此の $\Phi((x,y))$ は, 問題 A に挙げたと同様の性質を持ちます. 夫で, Σ 上の点を M として,

$$\varphi((x)) = \Phi(M)$$

なる $\varphi((x))$ を考へますと, 之が問題 A の解です.

所で, ここですが, 之は次の函数を考へたことです.

$$\varphi((x)) = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{F(t,x_2,\cdots x_n,Y_1((x)),\cdots,Y_\nu((x))]}{t-x_1}\,dt \tag{1}$$

何故なれば, M の座標は $((x,Y((x))))$ の形であって, 積分は t についての積分, つまり積分して居る間は $x_1,x_2,\cdots,x_n,y_1,y_2,\cdots,y_\nu$ は動かさないのですから.

此の (1) の積分記号内を積分の形で表はしましょう. 先づ, $f((x))$ は T の近傍で与へられた函数ですから, $x_1\in G$ と Δ との共通部分で正則なだけではなく, 其の境界をも含めて此処で連続と看做すことが出来ます. 従って $F((x,y))$ についても同様に ($x_1\in G, x_k\in A_k, y_j\in B_j$ ($\mathrm{k}=2,3,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,\nu$) で正則であって, 其の境界をも含めて此処で連続と) 考へてよろしい. 次に B_j の境界 β_j ですが, 次の様に仮定して充分です. $\ll \beta_j$ は線分又は円弧の有限個からなる閉曲線 (一つ又は数個) である.$\gg$ か様にしますと

$$F[t,x_k,Y_j((x))] = \frac{1}{(2\pi i)^\nu}\int_{\beta_1}\cdots\int_{\beta_\nu}\frac{F(t,x_k,u_j)\,du_1\cdots du_\nu}{[u_1-Y_1((x))]\cdots[u_\nu-Y_\nu((x))]}$$

$$(k=2,3,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,\nu)$$

となります. 積分の方向は説明する迄もないと考へます. 此の積分表示の成立する範囲は $t\in G, ((x))\in\Delta$ です. 何故そうなるかと云ひますと, β_j を少し動かして夫々B_j 内にとりますと上の様になりますから, 仮定を考慮に入れるならば, 極限に於ても其の通りであることが分かります. 之を簡単に次の様に書くことにします.

$$F[t,x_k,Y_j((x))] = \frac{1}{(2\pi i)^\nu}\int_{(\beta)}\frac{F(t,x_k,u_j)}{\Pi[u_j-Y_j((x))]}\,d\sigma$$

之を (1) に代入しますと

$$\varphi((x)) = \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}}\int_L\int_{(\beta)}\psi((t,u,x))\,d\sigma dt \tag{2}$$

$$\psi((t,u,x)) = \frac{F(t,x_k,u_j)}{(t-x_1)\Pi[u_j-Y_j((x))]}\quad (k=2,3,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,\nu)$$

となります. 上の F の表示は $t\in G$, $((x))\in\Delta$ で成立するのですから, 此の積分 (2) は積分 (1) と同じ場所, つまり $((x))\in\Delta$, $x_1\notin L$ で正則な函数 $\varphi((x))$ を表はします. 従って (2) も亦問題 A の解です.

3 — Mémoire VI へ行って, 先づ其の第二節を見ましょう.

条件 C — ≪ 空間 $((x))$ に有界な一葉領域 $\mathfrak{D}$ を考へ, 原点を含むものとします. 別に三つの超平面,

$$\eta=0,\quad \eta=a_1,\quad \eta=a_2\quad (x_1=\xi+i\eta),\quad a_1<0<a_2,$$

を考へ, 夫々 L, L_1, L_2 と名づけます. $\mathfrak{D}$ は之等三平面の何れにも交はって居るものとし, L_1 上の $\mathfrak{D}$ の部分を $\mathfrak{D}_1$, L_2 下のそれを $\mathfrak{D}_2$, L_1L_2 間のそれを $\mathfrak{D}_3$ と名づけます. $\mathfrak{D}_1$ も $\mathfrak{D}_2$ も正則域から成り立って居るものとします. そうすれば $\mathfrak{D}_3$ も必然其の通りです.

$\mathfrak{D}_3$ に ν 個の正則函数 $Y_j((x))$ $(j=1,2,\cdots,\nu)$ を考へ, 次の三つの仮定を置きます.

1° ν 個の条件,

$$|Y_j((x))|\leq 1\quad (j=1,2,\cdots,\nu)$$

を同時にみたす様な $\mathfrak{D}_3$ の点は, $\mathfrak{D}$ の境界と L との交はりの近傍には一つもないこと.

2° j を $1,2,\cdots,\nu$ の任意の一つとし, ε を充分小さな正数とする時,

$$|Y_j((x))|>1-\varepsilon$$

をみたす点は, L_1 及び L_2 の ($\mathfrak{D}$ 内の部分の) 近傍に一つもないこと.

3° $\mathfrak{D}$ の点であって, 若し $\mathfrak{D}_3$ にぞくするならば (然らずば条件は要りません), ν 個の条件

$$|Y_j((x))|<1\quad (j=1,2,\cdots,\nu)$$

を同時にみたす様なものの集合は, 開集合です. — 此の開集合中に, 原点を含み, L_1 及び L_2 を越えて拡がって居る様な領域があること— 此の領域を Δ と名づけます.

次に超平面

$$\eta=b_1,\quad \eta=b_2,\quad a_1<b_1<0<b_2<a_2,$$

を考へ, 夫々 K_1, K_2 と呼びます. b_1, b_2 を充分小さくとって, K_1, K_2 が何れも L と同じ性質を持つ様にします. 又 R を充分大きくとり, 多円筒 $|x_i|<R$ $(i=1,2,\cdots,n)$ が $\mathfrak{D}$ を内部に含む様にします. 之等によって, x_1 平面上に領域 A_0,

$$(A_0)\qquad b_1<\eta<b_2,\quad |x_1|<R$$

を考へます. 又空間 $((x))$ に,

$$x_1 \in A_0, \quad |x_k| < R$$

$$|Y_j((x))| < 1, \quad ((x)) \in \mathfrak{D}_3 \quad (k = 2, 3, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

を同時にみたす開集合を考へ, 之を構成する領域の内, 原点を含むものを Δ_0 とします. 更に x_1 平面の実軸上に二点 a, b を, 円 $|x_1| < R$ 内にあって, $a < b$ となる様にとり, 実軸の ab 間の部分を l とします. l の Δ_0 内の部分を T とします.$\gg$ — 以上が条件 C です.

問題 II — $\ll T$ の近傍で (一価) 正則な函数 $f((x))$ が与へられた時, T を除いた Δ の各点で正則であって, T に於て次の様な不連続性を持つ函数 $\varphi((x))$ を求めること. — T を横ぎって $\varphi((x))$ を解析的に延長することが出来て, 其の延長部を $\psi((x))$ で表はすと

$$\varphi((x)) - \psi((x)) = \pm f((x))$$

となること. 但し $x_1 = a, b$ は例外であります. 又符号は T の左岸に於ける $((x))$ に対して $+$ です.$\gg$ — 之が我々に課せられた主問題です.

先づ此の問題を Δ_0 に於て考へますと, 之は正しく問題 A ですから, 次の形の解があります.

$$\varphi((x)) = \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S \psi((t, u, x))\, d\sigma \tag{3}$$

$$\psi((t, u, x)) = \frac{F(t, x_k, u_j)}{(t - x_1)\Pi[u_j - Y_j((x))]}$$

$$S = ((l, \beta)) \quad (k = 2, 3, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

です. ここに $d\sigma = dt\, du_1 \cdots du_\nu$ であって, $((l, \beta))$ は $t \in l,\ u_j \in \beta_j$ の略記です. (以下よく意の通じる時は同様にします.) 積分の方向は, t については実軸上を, u_j については円周 β_j 上を, 何れも正の方向に積分するのです.

所で積分 (3) によって正則函数 $\varphi((x))$ が表示せられる範囲は, $((x)) \in \Delta_0$, $x_1 \notin l$ よりはもっと拡がって居ます. それを見ましょう. $F(t, x_k, u_j)$ は $t \in A_0$, $|x_k| < R, |u_j| < 1$ で正則であって其の境界をも含めて此処で連続です. $Y_j((x))$ は何れも $\mathfrak{D}_3$ で正則です. 夫故積分域を考慮に入れて,

$$((x)) \in \mathfrak{D}_3, \quad |Y_j((x))| < 1, \quad x_1 \notin l \quad (j = 1, 2, \cdots, \nu) \tag{4}$$

に於て, 積分 (3) は有限確定な値 $\varphi((x))$ を定義します. 前節に於けると同様の理由によって此の $\varphi((x))$ は正則函数です.

4 — Mémoire VI の第四節へ行きましょう. 上の考へを推し進めて, 更に広い範囲で成立する様な, 不連続性の積分表示を得ようとすれば, 最早や Cousin

の積分では足りなくなります．我々は此処に於て積分方程式を導入したのです．同じ考へを前節の積分 (3) へ適用してみましょう．今,

$$\chi((t,u,x)) = \frac{1}{(t-x_1)\Pi[u_j - Y_j((x))]}$$

と置きます．S は t と u_j との描く $2(\nu+1)$ 次元の空間に於ける $\nu+1$ 次元の面です．此の S は遞減する正則域の列の極限として表現し得ること明らかです．V を此の列中の一つの領域とします．V は S を内部に含んで居ます．そうとるのです．

先づ, 一価函数 $\Phi((t,u,x))$ を,

$$((t,u)) \in V, \quad ((x)) \in \mathfrak{D}_1$$

で有理型であって, 特に

$$((x)) \in \mathfrak{D}_3$$

で χ と同じ極を持ち, そうでない所では正則となる様に作りたいのです．$(V, \mathfrak{D}_1)$ を見ますと, 之は空間 $((t,u,x))$ に於ける正則域です．又 $\chi((t,u,x))$ を見ますと, 各 j について, $|Y_j((x))| > 1-\varepsilon'$ (ε' は充分小さな正数) は, L_1 及び L_2 の ($\mathfrak{D}$ 内の部分の) 近傍に点を持ちません．夫で, V を充分 S に近くとれば, か様な函数 Φ は必ず存在します (Théorème II, Mémoire II).

次に $\Phi - \chi$ は $(V, \mathfrak{D}_3)$ で正則です．又 $\mathfrak{D}_3$ は $\mathfrak{D}_1$ に於て正則な函数の全体に関して凸状です．夫で, $\varepsilon > 0$ をどんなに小さく与へ, 又 $(V, \mathfrak{D}_3)$ の内部に定領域をどれ程之に近く与へても, 之に対して函数 $\Psi((t,u,x))$ を見出し, $(V, \mathfrak{D}_1)$ で正則であって, 上の与へられた領域に於て

$$|\Phi - \chi - \Psi| < \varepsilon$$

となる様に出来ます (Mémoire II, No. 5)．夫で V を改めて素のものより更に S に近い様な (勿論 S を内部に含む様な) 領域ととることにより, Ψ を (V, Δ_0)[4]で上の不等式を充すと考へることが出来ます.

か様にして $\mathfrak{D}_1$ に関して函数 Φ, Ψ が得られました．之等から

$$A_1 = \Phi - \Psi - \chi$$

を考へます．全く同様に $\mathfrak{D}_2$ に関して函数 $A_2((t,u,x))$ を作ります．之等によって次の二つの積分を考へましょう.

$$I_1((x)) = \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S (\chi + A_1) F \, d\sigma \tag{5}$$

$$I_2((x)) = \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S (\chi + A_2) F \, d\sigma$$

[4] (編注) $(V, \underline{\Delta}_0) \to$「$\Delta_0 \subset\subset \Delta_0' \subset\subset \mathcal{D}_3$」
(Δ_0 下のアンダーラインを含めて, 上の「$\cdots$」内のような朱筆の書き込みがある．)

此の F ですが, $f((x))$ を Δ_0 で正則であって, 其の境界をも含めて此処で連続な様な任意の函数としますと, 仮定 H によって此の $F(t, x_k, u_j)$ が対応し,

$$(C_0) \quad t \in A_0, \quad |x_k| < R, \quad |u_j| < 1 \quad (k = 2, 3, \cdots, n, \ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

で正則であって, 其の境界をも含めて此処で連続となるのでした. 又函数 $\chi + A_1$ は $\Phi - \Psi$ のことですから, $((t, u)) \in S$ ならば $((x))$ に関して $\mathfrak{D}_1$ で有理型であって $x_1 \in l, \quad Y_j((x)) = 1 \quad (j = 1, 2, \cdots, \nu)$ 以外で正則です. 夫故 $I_1((x))$ は

$$((x)) \in \mathfrak{D}_1, \quad |Y_j((x))| < 1, \quad x_1 \notin l \quad (j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

で有限確定です. 但し仮りに上の様に書きますが, 正確に云へば, $\ll \mathfrak{D}_1$ の点であって, $\mathfrak{D}_3$ に属しないか, 又は属するならば後の二つの条件を充す様な $((x)) \gg$ と云ふ意味です. $I_1((x))$ は此処で正則です. 何故なれば斉一収斂する様な正則函数列の極限と考へられますから. 同様に $I_2((x))$ は, 同様の意味に於て

$$((x)) \in \mathfrak{D}_2, \quad |Y_j((x))| < 1, \quad x_1 \notin l \quad (j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

で正則です.

$x_1 \in l$ に於ける積分 (5) の性質は, A_1, A_2 が $(V, \mathfrak{D}_3)$ で正則ですから, 積分 (3) のそれと同じです. 更に次のことが云はれます.

$$I_1((x)) - I_2((x)) = f((x)) + \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S (A_1 - A_2) F \, d\sigma$$

上の等式の両辺は解析函数です. 右辺を見ますに, $f((x))$ は Δ_0 で正則であって境界をも含めて連続です. 右辺の第二項については, A_1, A_2 は何れも $((x))$ に関して $\mathfrak{D}_3$ で正則, F は (C_0) で正則であって境界をも含めて連続ですから, 第二項は Δ_0 で正則であって境界をも含めて連続です. 夫故 $I_1((x)) - I_2((x))$ に依て定義せられた解析函数についても其の通りです. 此の函数を

$$I_1((x)) - I_2((x)) = f_0((x))$$

とします.

上の等式を書き変へて

$$(6) \qquad f((x)) = \frac{-1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S (A_1 - A_2) F \, d\sigma + f_0((x))$$

とし, $f_0((x))$ を与へられた函数, $f((x))$ 及び $F((t, x_k, u_j))$ を求むる函数と考へましょう. 此の方程式は書かれては居ませんが, 仮定 H が加はって居ますから, 其の性質上一種の積分方程式です. 若し解として, Δ_0 で正則であって其の境界をも含めて連続な様な $f((x))$ と, (C_0) に於て此の $f((x))$ に対して条件 H を充す様な F とが得られたならば, 其の $F(t, x_k, u_j)$ を上の (5) へ代入すれば, かくて得る $I_1((x)), I_2((x))$ が主問題 II の解を与へます.

方程式 (6) を解く手段として, 之を記号的に次の様に書きましょう.

$$f = \lambda K(f) + f_0 \tag{7}$$

此処に $\lambda = 1$ です. 之を漸近的に解く為,

$$f((x)) = g((x)) + \lambda f_1((x)) + \cdots + \lambda^p f_p((x)) + \cdots \tag{8}$$

と置き, λ を複素助変数と考へます. (7) を暫く Fredholm の積分方程式の如く看做し, 級数 (8) を (7) へ代入し, 両辺の λ の係数を等しいと置きますと, 次の関係が得られます. 勿論すべて形式的に行ふのです.

$$\underline{g = f_0,\ f_1 = K(f_0),\ \cdots,\ f_{p+1} = K(f_p),\ \cdots}$$ [5]

所で,

$$\underline{K[f_p((x))] = \frac{-1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \int_S (A_1 - A_2) F_p \, d\sigma}$$

ですから, f_p が決まれば F_p が決まると云ふ釈ではありませんが, (そうしようと思へば出来ますが,) 兎も角仮定 H を充す様な $F_p(t, x_k, u_j)$ を少くとも一つ求めることが出来ます. 所で上の形式的演算は, 元来 f を, $g, g + \lambda f_1, g + \lambda f_1 + \lambda^2 f_2, \cdots$ と逐次に求めて漸近すべき所を一度に行ったに過ぎないのですから, 若し上の $g, g + \lambda f_1, g + \lambda f_1 + \lambda^2 f_2, \cdots$ が何れも Δ_0 で正則であって其の境界をも含めて連続な函数を表はし, かつ之等を (8) に代入して得る函数級数が Δ_0 に於て其の境界をも含めて, $|\lambda| < 1 + \varepsilon'$ (ε' は正数, 如何程小さくてもよろしい) に対して斉一収斂しさへすれば, 之に応ずる級数

$$F(t, x_k, u_j) = G(t, x_k, u_j) + \lambda F_1(t, x_k, u_j) + \cdots + \lambda^p F_p(t, x_k, u_j) + \cdots \tag{9}$$

$$(k = 2, 3, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, \nu)$$

も (C_0) に関して其の通りになりますから, 函数 $F(t, x_k, u_j)$ が求まり, 従って之に依て主問題 II が解ける釈です.

先づ, f_0 は Δ_0 で正則, 其の境界をも含めて連続です. 従って f_1 も其の通り, 以下総て其の通りです. 次に, (V, Δ_0') で[6]

$$|A_1| < \varepsilon, \qquad |A_2| < \varepsilon$$

です. 又仮定 H に依て,

$$\max |f_p(\Delta_0)| = m_p$$

としますと

$$\max |F_p(C_0)| \leq N m_p$$

---

[5] (編注) アンダーラインは朱筆. 更に, 次の「$\cdots$」内のような朱筆の書き込みがある.「(3.8.16) $f_p(x)$ が Δ_0' ($\Delta_0 \subset\subset \Delta_0' \subset\subset \mathcal{D}_3$) で正則ならば F_p は C_0 ($t \in A_0, |x_k| < R, |u_j| < 1, \Delta_0$ に応ずるもの) で正則です. 故に $f_{p+1} = \mathrm{Int}.(f_p)$ は, $A_1 - A_2$ が (Δ_0', V) で正則 (かつ *bornée*) ですから再び Δ_0' で正則です. 故に条件 H はいらない ($\Delta_0 - C_0, \Delta_0' - C_0$ でよい)」

[6] (編注) Δ_0' の $'$ は朱筆の書き込みである.

です. 夫故,

$$N_1 = \left| \frac{1}{(2\pi i)^{\nu+1}} \right| \int_S |d\sigma|$$

としますと,

$$\max |K[f_p(\Delta_0)]| \leq 2\varepsilon N N_1 m_p$$

となります. 故に, ε を

$$2\varepsilon N N_1 < 1$$

となる様に撰べば, Δ_0 で正則であって其の境界をも含めて連続な様な函数の級数 (8) は, 其の境界をも含めて Δ_0 で, $|\lambda| < 1 + \varepsilon'$ ($\varepsilon' > 0$ は, 充分小) に対して斉一収斂します.

か様にして主問題 II を解く為の充分条件の一つが分かりました. 次の通りです.

$\ll$ 問題 II は, 仮定 H が特種条件 C の下に真ならば, 必ず解ける.$\gg$ — 此の充分条件は, 私には, 丁度手頃の様に見えます.

(2. 10. 8)