# 高木貞治先生

玉榻下

謹啓, 今年は三春が一時に訪れて参りまして, 日向の有り無しの風の中に, 「眠るにあらず覚むるにあらずうつらうつらとして居る」のに, 誠にふさはしい季節になって参りました. 先生には益々御健勝の御事と存じます. 私もこう云ふ季節が好きで, 齋藤茂吉先生の

菅の根のながき春日を文もよまず繪を描き居れば眠むけくもなし

と云ふ歌に感心して, 長女に「菅根」とつけた程でございます.

御話し申し上げたいのは私の多変数解析函数の研究についてでございますが, 一昨年度の研究, 農耕しながら十冊ノートを書いたと申し上げましたあれですが, 其処のところに遺漏がございまして, 二つ問題 (Prob E 及び Prob H) が, 本当は残って居るのであった, と云ふことが分りました. それについて簡単に御報告申し上げます.

之等の問題は何れも, 内分岐した有限領域に関する局所的問題でありまして, 先ず Prob E ですが, 此の E は Existence からとってつけたのでして, 次の通りです :

Prob E — (局所的に) Riemann 面を抽象的に与へて, それを生む正則函数を求めること.

次に Prob H ですが, 此の H は Holomorphie のそれです. 先ず性質 H を御説明します :

(單葉有限) 空間 $(x)$ に固有集合体 $\Sigma$ を考へ, $\Sigma$ 上の一定点を $M_0$, $M_0$ の近傍の $\Sigma$ の任意の点を $M$ で表します. 此の時, 若し任意の正則函数 $\varphi(M)$ が, 空間 $(x)$ に於けるある正則函数 $\Phi(x)$ の跡, 即ち

$$\Phi(x) = \varphi(M) \quad sur\ \Sigma$$

と看做しうるならば, $\Sigma$ は $M_0$ に於て性質 H をもつと申します.

(單葉有限) 空間 $(x)$ に Riemann 面 $(R)$ を考へ, $(R)$ 上の一定点を $P_0$ とします. 高次元 (單葉有限) 空間 $(x, y)$ に固有集合体 $\Sigma$ を, $(R)$ が $\Sigma$ の空間 $(x)$ 上への射影となる様に対応せしめ, $P_0$ に応じる点を $M_0$ とします. 此の時, 若しか様な $\Sigma$ の中に, $M_0$ の近傍の各点に於て性質 H をもつものがあるならば, $(R)$ は $P_0$ の近傍に於て性質 H をもつと申しませう.

Riemann 面 $(R)$ を考へ $(R)$ 上の一定点を $P_0$ とした時, 若し $(R)$ のある一つの倍域 (Überlargerungsbereich) $(R')$ が, 其の上の, $P_0$ の上にある一つの点の近傍に於て性質 H をもつならば, $(R)$ は $P_0$ の近傍に於て性質 H$'$ をもつと云ひます. —— そうしますと, 次の問題が Prob H であります :

Prob H — 任意の Riemann 面を $(R)$ とし其の上の任意の点を $P_0$ とする時, $(R)$ は $P_0$ の近傍に於て, 若しそれらを生む正則函数を持つならば, 必然性質 $H'$ をもつか.

之が Probs E, H でありまして, 之等が上に申しました様に残って居るのでございます. 尚ここに云ふ固有集合体の性質 H とは, 畢竟正則性から必要なだけを抽出したものであります.

今, (単葉有限) 空間 $(x)$ に Riemann 面 $(R)$ を描き, $(R)$ 上に点 $P_0$ を定め, $P_0$ を $m$ 本の分岐面が通って居るとして, 之等を $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_m$ とします. $\sigma_i$ $(i = 1, \cdots, m)$ の基集合 ($\sigma_i$ の単葉空間 $(x)$ への射影, つまり $\sigma_i$ の点の座標の表す点の集合)—— それを $\underline{\sigma_i}$ とし, $\underline{\sigma_i}$ は何れも ($P_0$ の基点 $\underline{P_0}$ の近傍で) 正則であって, 之等の ($P_0$ に於ける) 交り方も亦正則 (つまり接したり等しない) と仮定します. そうしますと, 之等の問題の本質的な困難は, 共に, $m = 4$ から始まります. 之は私が (此の分野に於て) 之迄曽て出會はなかった現象でありまして, そのため迂闊にも此処にか様な困難が伏在することを看過してしまって, しかもそれを幾回となく繰り返して遂に今日まで気付かなかったのでございます.

次に此の遺漏の影響の及ぶ範囲ですが, 之等の問題, 分けても Prob H は (Prob E の方はまだしも暫く定義中に抱括させることも出来ますが), 此の理論の心臓部とも云ふべき第一基礎的補助定理の一半を支へるべき筈のものでございますから, 之等が解けないと云ふことになりますと, 其の解けなささ加減によりましては, 内分岐した領域の分野へは, 早急には手が付けられないことになります.

それで, 私の昨年度の研究の主要な結果として此の暮に御報告いたしました二つの中, 一方はまだ出て居ないことになります. (あれは分離して申し上げるべきでした) . 他方は, 其の当時別証明と考へました証明法がございますから, 僥倖にも其の影響をまぬがれて居ます.

それでは之等二つの問題が (affirmative に) 解ければあとは簡単に行くかと申しますと, 或は然うかも知れませんが, 恐らくは其の解け方によるかと思はれます. 然し, それにしても此の方面の研究がそれによって著しく進捗することは確かかと思ひます. 又そう云ふことも出来ませう. 此の意味で, 之等の問題は分離出来ると思ひます.

所で, 此の Probs E, H は何れも局所的問題でありまして, 全局的諸問題についての研究の諸結果とは, 大して関係なく, つまり獨立して研究できるのではないかと思ひます.

内分岐した領域の分野には, 此の外にも様々な局所的諸問題が群生して居て, 相当目新らしくて面白うございます. にも拘らず, ここは従来全く看過され来ったかに見受けられます. それについて一つだけ実例を申し上げませう :

$n$ 複素変数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ の描く (單葉有限) 空間 $(x)$ に, Riemann 面 $(R)$ を考へ, $(R)$ 上の一定点を $P_0$ とします. そうしますと $P_0$ の近傍は, $n \geq 2$ の場合には, 一般には線的單連結 (linéairement simplement connexe) ではありません. 詳しく申しますと, $(R)$ 上に, $P_0$ の近傍に, $P_0$ をさけて, 任意に closed curve $L$ を描きますと, $L$ を, $P_0$ の近傍のみを通り $P_0$ を通らない様に, 連続的に変形して, $P_0$ 以外の点に還元することは, 一般には出来ません. 其の実例として, Osgood は, 其の 1929 年版の教科書の中に, 150 頁の中頃から 152 頁の終りに汎って, 楕円函数を使って一例を述べて居ます.—— 所が, か様な例ならば函数 $\sqrt{xy}$ の描く Riemann 面 $(R)$ が原点 0 に於て与へます. 何故ならば, 函数 $\sqrt{x}$ は, $(R)$ 上で 2 価ですが, 0 以外の $(R)$ 上のどの点に於ても正則ですから, 若し $(R)$ の 0 の近傍が線的單連結ならば $\sqrt{x}$ は $(R)$ 上で 1 価でなければならないからです—— 扨て, 此処をか様にお見極め下さった後, 改めて Osgood の例を見直して下さいますと, 先生には必ず, 云はば盲人が金棒を振り廻して居ると云ったやうな感じを味はれることと存じます.

実は私, 此の Probs E, H に, 今年に入りましてから二ヶ月半程没頭致しました.

之は誠に慚愧に耐えないことでございまして, 此の遺漏を, それに気付きました時に直ぐに先生に御報告申し上げなかったことは, 本当に悪うございました. どうか御海容下さいませ.

其の研究の進行の有様はこんな風でした： 出来なさ相に思って反例へ向って追ひつめようとすると, 意外な途からするりと抜ける. それでは或いは反対かと思って, 其の途を通って affirmative な解決へ, 実験的に行かうとすると, 意外な障碍にはたと突き当たってしまふ. 之を交々繰り返す. それがいくらでもつづく. そして今だに, 全くどちらとも, 予想さへ付け兼ねて居ます. それに問題の型の目新しさと云ひ, 私は本当に面白うございました.

それで, 之等の問題を, それ自体及び其の意義を, 一つの結果, つまり一つの発見とみて, 公表しようと思ひます.

そうきめまして, 取り敢へず先生に御手紙を書こうときめますと, 私の研究過程が此の形式を辿ったことが, のどかな春の光の中に, しず心なく花片が散る様に見えて参りました. 情緒の世界は不思議なものでございます. 私大学を卒業して四年間の暗中模索の後, 巴里に Julia 先生の所に三年居りまして, 多変数解析函数の分野を, 其の意義及び其の面白さから, 研究の対象として撰びました. 其の後十五年掛って, Behnke–Thullen の文献目録にある問題は略々解決し了りました. 此のことは一度先生に申し上げました. (尚其の始めの四年間は行けども行けども陸地の見えない航海のやうな苦しさでした. 私の生涯で一番苦しかった頃でございませう.) 所

で, 先生に申し上げたいのは, 其の本質的な部分は解いて了ったと思った(今でもそう信じて居ますが) 其の瞬間に, 正確には翌朝目が覚めました時, 何だか自分の一部分が死んで了ったやうな気がして, 洞然として秋を感じました. それが其の延長の重要部分が, 上に申しました様に, まだ解決されて居ず容易には解けそうもない, と云ふことが分って来ますと, 何だか死んだ児が生き反って呉れた様な気がして参りました. 本当に情緒の世界と云ふものは分け入れば分け入る程不思議なものであって, ポアンカレの言葉を借りて申しますと, 理智の世界よりは, 或は遥かに次元が高いのではないかとさへ思はれます. 又此の二つでは主觀と客觀とが入れ変って居るのではないかとも思はれます. 物と物との結びつき方も全く違っていますし, ともかく一方だけを使ふのは, 片足で歩く様なものではないかと思ひます. もう大分以前のことになりますが私, 先生の過渡期の数学を拝読致しまして, 先生の関接の自由さに驚嘆したことがございました. 今日になって少し其処のところが分りかけて来た気が致します.

ついか様に申し上げて了ひましたが, 私が乱れむすぼれて了った自分の情緒を解きほぐして, 云はば各其の処を得しめようと努め始めましてから, まだ一年位にしかなりません. だから上述のことは, 其の程度の初心者の云ふことと, 御聞き捨て下さいませ.

私 数年前札幌に暫く御厄介になって居ました時, 名前は忘れましたがある會から研究補助を受けて居ました関係から, 期限が来たから研究報告を書けと云はれました. 所が私の研究は其の時丁度, 云はば霧のたへまからきれぎれに山の姿の所々が見えて行く様な状態にありましたから, 本当に困って了ひまして非常に苦心してやっと其の一片をやゝ描寫することが出来ました. 之は第一報告として夏の終り頃, その會宛に送って置きましたし, 先生の所へも差し上げましたかの様に記憶して居りますから (そのことは餘り確かではありませんが) , 多分御一見下さいましたことと存じますが, あれは, さっきよみ直して見ましたが, 相当に書けて居ますし, 結果はたしかにあの方向の研究の核心ですし, それに研究方法としても餘り無理がなくまた可成り広く当てはまるだらうと思ひます. こう申しますと自画自讃めきますが, 申し上げようと思ひますことは, 然しあれは結果が出て了って居る点に今一息物足りない所があります. あの問題にはあてはまりませんが, あの形式を本当に生かしたければ, まだ結果の出て居ない途中に於てこそすべきだと思ひます. 尤もあのさいは止むを得なかったのだから人工ではございませんし, それに最后の節に無窮遠をも含めると, あの方法が其の儘では当てはまらなくなる所以をのべて幾分其の点を寛和しては置きましたが.

それが今度は丁度あつらへ向きにそれが出来ることになりました.

尤もあの第一報告の形式には, 発見の云はば鋭い喜びを其の儘発表す

る方が, 研究者の健康によい, と云ふ別の大きな存在理由があるとは思ひます.

それで上述の Probs E, H を発表しようと思ひます.

然し其の為には相当丁寧な道しるべを添へなければ意味がないこと勿論であります. 之は, 既に案内書のある場合は一言引用するだけですみますが, 今の場合は上に実例を挙げて御説明しました様な場所ですから, 書くのに一寸手間が掛ります. それで, 此の意味からも, 取り急ぎ先生に御報告申し上げましたのでございますから, 此の手紙はどなたに御見せ下さいましても, 又何処で御公表下さいましても少しも支障ございません.

それで何よりも先に此の上述の論文を書き上げることに致します. 又之は, 実さいは夏すべき仕事ではなく, 春にこそふさわしいと思ひます.

一つの Note になりますか, 二つの Note に盛り分けますか分りませんが, 何れにせよ餘り長くなる筈はないと思はれますから, 佛文に書き上げました節は, 改めて先生に御願ひ致しまして, 学士院記事ででも発表させて頂き度く存じて居ます.

然し, 発表は矢張り, 云はば自然発生の過程を踏みませんと, 生きた研究の姿が彷彿されないだらうと思はれますから, 書くだけは書いてもすぐには出来ません. それで出来るだけ急いで, と申しましても春日遅々と描寫して行く積りですが, そうして先ず日本文に書いて, それを先生の所へ御送りしようと思ひます.

私, 早く因縁付きの一系の問題から離れて, 多変数函数の分野の四辺に, 群生するであらう色々な新しい型の問題を採集して暮らしたいと申し上げました. そうしますと早速か様な一群の問題に出會ったのは不思議です.

然し此の Probs E, H は採集したままでは能事終れりとは出来ません. それは, 之等がどの様に, 又どの程度に解決されるかと云ふことが, 多変数解析函数の作る山の頂きが, どの程度の高さであるかと云ふこと, つまり;「雲自ら巻き自ら舒ぶる」を看て楽しむと云ふ様な場所か, 「其の一と房にも光しむ山いちごの実」でも採取すべき所か, それとも木を植え畑を開くに適して居るか, 之等を決定する重要な要素と考へられるからです. 多変数代数函数論を別に研究することの意義も, 少なくとも半分程は, 従って決まると思ひます.

それで, 私もいづれ之等の問題には全力を挙げるつもりです. 然し, 上のことについてならば, 勿論誰が解いても同じことですし, それに私としましては全然白紙に帰って, 之等の問題を研究すること, 及び其の研究の姿を研究することを楽しみたいと思ひますから, ほかを一度片づけてからにしようと思ひます. (然し, か様なことを先生に申し上げましては全く蛇足ですが, 之等の問題は, いくら意識の表層からは取り去っても, 誰かによって解決されるまでは, 潜在意識の部分に焼きつけられて居るにきまっ

て居ますから, 何時自然解決に達しないとも限りません. 之は自由意志の範囲ではありません.)

私, 発表は, 長いものは (つまり full length に書いたものは) 米国へでも送るとしまして, Essence だけに縮めたものを学士院記事に載せて頂こうかと思って居ます. 上述の札幌で書いた第一報を Note 2 (Note 1 は Sur les domaines pseudoconvexes 既発表) にしようかと考へて居ます. 書き上げました節は, 先生に御送り致しますから, 若し載せてよいと御考へ下さいましたならば, 何卒御推挙下さいますやう, 前以て御願ひ申し上げて置きます.

先ずは右取り急ぎ御報告申し上げました.

末筆乍ら, 先生が, 私共後進の為, 充分御加餐御自重下さいますことを, 呉々も御願ひ申し上げます.

早々敬具

一九四七年四月一八日

和歌山縣伊都郡紀見村

岡 潔