

## 高木貞治先生

謹啓 先生、またお手紙を差し上げます。此の新緑の好季節に、嘸かし御高眠のおさまたげになるとは存じますが、これも後進誘掖の一手段とお思ひになって、御辛抱願ひたうございます。

4月18日の第一信で申し上げました状勢が、5月10日の第二信で御話ししたやうな形に発展しましたのには、私自身も驚かされました。これですから生きた研究は面白くてやめられません。この第三信でこれから申し上げますことには、そう云った<sup>[2,3]</sup>字不明 さとかはございません。一応この方向の研究に終止符を打つことによって、そこから離れてもとの自由さに帰らうと云ふのでございます。

具体的に申しますと、専ら  $\text{Prob}(H')$  を追及して通りすぎた道筋を、今一度、不定域イデアルの立場から見直したのですが、その結果を御報告しようと思ふのであります。

条件 (N) は、取り敢へず採ったものであると申し上げましたが、それを軽減して、次のやうな条件 (A) を考へます (A は Analytique のそれです)。 (以下、空間は常に複素有限空間  $(x)$ 、領域は単葉です。)

不定域イデアル  $(I)$  (常に正則です) が 領域  $\mathfrak{D}$  に於て条件 (A) をみたくと云へば、 $(I)$  が条件 (T) の外に次の二条件をみたくことです：

1°  $\mathfrak{D}$  に関する (N) の第一条件。

2°  $\mathfrak{D}$  の任意の点  $P$  に対して、 $P$  を中心とする多円筒  $(V)$  と、 $0 < \omega < 1$  なる数  $\omega$  とが対応し、 $\mathfrak{D}_0 \in \mathfrak{D}$  なる任意の領域  $\mathfrak{D}_0$  に対し、 $\mathfrak{D}_0$  の点に依じる  $(V)$  及び  $\omega$  の全体は、前者は半径の下端 ( $> 0$ ) を、後者は下端を持って居て、これに対し：

$f(x)$  を  $P$  に於て  $(I)$  にぞくする任意の函数とし、 $(U)$  を  $(V) \supset (U)$  ( $\supset$  は  $=$  の場合も含む意味に使つてみます) であつて、 $f(x)$  が其処で正則であるやうな、 $P$  を中心とする任意の多円筒とする時、 $(u) = \omega(U)$  (詳しく申しますと、 $(u)$  を  $(U)$  と同心であつて、其の各半径が  $(U)$  の対応するものの  $\omega$  倍であるやうな多円筒) とすれば、此の  $f(x)$  と  $(u)$  とに対応して、 $(u)$  に於て  $(I)$  に屬する有限個の函数を撰らび、之を  $F_1(x), F_2(x), \dots, F_p(x)$  とすれば、 $P$  に於て  $(f) \subset (F)$  となるやうに (と云ひますと、 $f$  を  $f(x) = \alpha_1(x)F_1(x) + \alpha_2(x)F_2(x) + \dots + \alpha_p(x)F_p(x)$ 、ここに  $\alpha_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ ) は何れも  $P$  に於ける正則函数、なる形に表現できるやうに) し得ること。

ここで (T) について必要かどうか吟味いたしませんでしたでしたが、それは次の二つの理由によるのであります： 1° まだ閉領域についてしか研究して居ないこと。 2° 単葉と限定してゐること。

これが条件 (A) であります。前の (N) と比べますと

$$(N) \subset (A)$$

であること (正確に申しますと, (N) の方が (A) より条件として重いこと) が直ちに分ります。

次に Théorème (H') の結果を具体化いたしませう。

不定域イデアル  $(I)$  が領域  $\mathfrak{D}$  に於て有限基底を持つと云えば,  $\mathfrak{D}$  に於て  $(I)$  にぞくする (従って正則な) 有限個の函数,  $F_1(x), F_2(x), \dots, F_p(x)$  を, これに対して  $\mathfrak{D}$  の任意の点  $P$  に於て  $(I)$  にぞくする任意の函数  $f(x)$  が,  $P$  に於て  $(f) \subset (F)$  となるやうに, 撰びうると云ふことであって, 此の  $(F)$  がその基底の一つであります。

そうしますと, 次の定理が成立いたします:

《不定域イデアルが, 条件 (T) をみたす時, 閉円筒上で有限基底を持つためには, 其処で条件 (A) を充たせば充分であり, またそれが必要である。》

此の定理には,

《合同に就ての Prob I は, (單葉) 有限正則域の完全内部に於ては必ず解ける》

と云ふ, 此の前申し上げた定理を添へなければなりません。

証明について申しますと, 必要条件であることは自明であります。充分条件の方は, 申し上げませんでした, 此の前の Théorème (H') の証明と, 實質的には同一であります。實際は, (N) を, その様な拡張の仕方, 必要条件であることが一見して分る所 (正確に云へば其の少しさき) まで, 持って来たのであります。

この一聯の研究も, これで終ったやうでございます。夜も漸く更けました。四隣は一入寂かたゞ遠くに河鹿のなく音がほろほろと呼び交はしてゐます。第四信は, どう云ふお手紙を差し上げることになりませうか, 本当に楽しみでございます。先生の御健康をお祈りしつゝ擱筆することにいたします。敬具

一九四七年五月十五日夜

和歌山縣伊都郡紀見村 岡 潔

先生 梧下

尚, 先生への御手紙はいつも, どなたにお見せ下さいませても支差ございません。然うでないやうな場合があれば, 特に申し上げますから。