証明. suite(1), fonction limite ヲ $f(x,y)$ トスル. 故ニ f_n ハ $|x|\leq r$, $|y|=r'$ ノ各点デ méromorphe sans pt. d'indétermination デアルカラ, コノ $|y|\leq r'$ ニ任意ノ値トスル時, 次ノ如キ cercle C ガ必ズ存在スル: $f(x,y)$ ハ x dans C ou et sur C, $|y|=r'$ ニ於テ méromorphe sans pt. d'indétermination デアツテ, コヽニ於テ少クトモ二ツノ相異ナル値ヲトラナイ. 故ニ Borel-Lebesgue ノ定理ニヨリ, カノ cercle C ノ有限個ヲ以テ $|x|\leq r$ ヲ完全ニ蔽フコトガ出来ル. 其ノ内点 x_0 ヲ含ムモノヲ ~~centre~~ x_1, ~~rayons~~ 高々 $|x-x_1|\leq \rho$ トシ, 之ニ対スル値ヲ α, β ~~ト~~ 我々ハ suite (1) ガ uniformément ニ conv. シナイ点ガ $|x-x_1|\leq\rho$, $|y|\leq r'$ ニ於テ高々有限個ナルコトヲ示ス.

$x-x_1$ ρ $|x-x_0|\leq\rho$, $|y|=r'$ α.

$f_n(x,y)$ ハアル所カラ向フ ($n\geq n_\rho$) $x=x_0$, $|y|\leq r'$ ニ於テ pt. d'indét. ヲモタナイ ~~ただ identiquement = α 或ハ β トナルコトハ~~ (racine, l'ordre ヲ考ヘニ入レタニ) ~~ナイ~~. éq. $f_n(x_0,y)=\alpha$, $f_n(x_0,y)=\beta$ ノ $|y|\leq r'$ ニ於ケル racines ノ数 ハアル所カラ向フ ($n\geq n_\rho$) ~~ハ~~ n ニ無関係ナ一定数トナル. ニヲ h, K トシ其ノ根ヲ夫々 $y_1^{(n)}, y_2^{(n)}, \cdots y_h^{(n)}$; $\eta_1^{(n)}, \eta_2^{(n)}, \cdots \eta_K^{(n)}$ トシヨウ. ~~カクテ次~~ fn implicite ニ関スル Weierstrass ノ定理ヨリ $f_n(x,y)=\alpha$ ニツテ 点 $(x_0, y_i^{(n)})$ ノマワリニ於テ définie セラレタ fns implicite ハ此ノ点ノ附近ニ於テ algébrique デアルニヲ $y_i^{(n)}(x)$ トシ éq. $f_n(x,y)=\beta$ ノ夫ヲ $\eta_i^{(n)}(x)$ トスル. カクテ次ノ fns ヲ考ヘル.

$h\neq 0$, $K\neq 0$ ト置クヨイ Car si on a la suite uniformément convergente dans $|x-x_0|\leq\rho$, $|y|\leq r'$, d'après le théorème de Weierstrass

$$(2)\quad \Delta_n(x)=\prod_{i=1}^{h}\prod_{j=1}^{K}\left[y_i^{(n)}(x)-\eta_j^{(n)}(x)\right]$$

後ニ示ベシ

$f_n(x,y)$ ハアル所カラ向フ ($n\geq n_2$) $|x-x_1|\leq\rho$, $|y|=r'$ ニ於テ pt. d'indét. ヲモ値 α, β 何レヲモ許サナイ. n_1, n_2 ノ大ナル方ヲ n_0 トスレバ f_n, $\Delta_n(x)$, $n\geq n_0$ ガ $|x-x_1|\leq\rho$ ニ於テ ~~fn. holo~~ holomorphe ナルト prolongement analytique ヨリ明カデアル. かつ其ノ絶対値ハ $(2r')^{hK}$ ヨリ小デアル. 故ニ suite de fns $\Delta_n(x)$, $n\geq n_0$ ハ $|x-x_1|\leq\rho$ ニ於テ normale デアル. 更ニ x_0 ノ附近ニ於テ converger スル. 故ニ $|x-x_1|\leq\rho$ ニ於テ uniformément ニ converger

$|x-x_0|\leq\rho$, $|y|=r'$ (極限値ニヲリ)

2.

pt. J ヲモタナイ部分ニ於テ fonction limite ハ méromorphe デアル. de la famille sans pt. d'indét.

pt. J de chaque espèce ハ固有ノ suite exceptionnel ヲモツ (Montrons 氏ノ意味ニ於テ). Δ 内ノ任意ノ domaine fermé ニ於テ二種類ノ pt. J ノ集合ハ何レモ fermé デアル.

2. Définition 一点 P ノ附近ニ於テ méromorphes ナ xy ノ fns ノ famille ガ此ノ点ヲ pt. J トシテ持ツトキ, 若シ其ノ如何ナル suite partielle infinie モ点 P ヲ高々 pt. J isolé トシテ持ツ様ナ suite infinie ノ génératrice ナルトキ P ヲ pt J exceptionnel de la famille トイヒ, ~~然ラザルトキハ~~ 此ノ点ハ pt. J non-exceptionnel トイハル.

~~此ノ定義ニヨリ直チニ次ノ如キコトハ pt. J non-exceptionnel ニ於テハ其ノ附近ニナル suite partielle 無限 ~~モ~~ 点ノ集ノ附近ニ於テ無限個ノ pts J ヲモツ様ナ suite infinie ノ fns ヲ familles ヨリ作リ得ルガ如キ事実ガ出来ル.~~

~~此ノ定義ニヨリ pt. J non-exceptionnel ガ自身固有ノ suite exceptionnelle ヲモツコトヲ示ス. 即チ 1° converger uniformément en point ~~P~~ 附近ニ於テ充分小サナ cercle γ ヲ描ケバ (le dans γ, $|y|\leq r'$) 此ノスベテノ点ニ於テ suite (1) ハ uniformément ニ converge スル hypersphère ガ存在シ~~ス~~ 但シ $|x|\leq r$ ナル $f(x,y)$ ハ ~~x ガ x_1 附近ナ点ナリ~~ $|y|=r'$ ナルスベテノ点ニシテ uniformément méromorphe デアル故ニ~~ヲ充分小サクトルトキニヨリ $f(x,y)$ ハコヽニ於テ conv. スルコトヲ示ス. ~~ニツノ相異ナル値 α, β ヲ採ツテ仕舞フコトガ出来ル. 今 x ヲ γ 内ニ固定シ, 此値ガ γ ニ cover シテ仕舞フコトガ出来ル.~~ サクトモ二ツノ相異ナル値 α, β ヲトラナイト考ヘルコトガ出来ル~~

~~此ノ定義ニヨリ直チニ次ノ如キコトハ pt. J non-exceptionnel ニ於テハ其ノ附近ニナル suite partielle 無限 ~~モ~~ 点ノ集ノ附近ニ於テ無限個ノ pts J ヲモツ様ナ suite infinie ノ fns ヲ familles ヨリ作リ得ルガ如キ事実ガ出来ル.~~

~~此ノ定義ニヨリ pt. J non-exceptionnel ガ自身固有ノ suite exceptionnelle ヲモツコトヲ示ス.~~

~~即チ 1° converger uniformément en point ~~P~~ 附近ニ於テ充分小サナ cercle γ ヲ描ケバ (le dans γ, $|y|\leq r'$) 此ノスベテノ点ニ於テ suite (1) ハ uniformément ニ converge スル hypersphère ガ存在シ~~ス~~ 但シ $|x|\leq r$ ナル $f(x,y)$ ハ ~~x ガ x_1 附近ナ点ナリ~~ $|y|=r'$ ナルスベテノ点ニシテ uniformément méromorphe デアル故ニ~~ヲ充分小サクトルトキニヨリ $f(x,y)$ ハコヽニ於テ conv. スルコトヲ示ス. ~~ニツノ相異ナル値 α, β ヲ採ツテ仕舞フコトガ出来ル. 今 x ヲ γ 内ニ固定シ, 此値ガ γ ニ cover シテ仕舞フコトガ出来ル.~~ サクトモ二ツノ相異ナル値 α, β ヲトラナイト考ヘルコトガ出来ル~~

3. Théorème $|x|\leq r$, $|y|\leq r'$ ~~点ノ集~~ デ méromorphes ナ fns suite (1) $f_1(x,y), f_2(x,y), \cdots, f_n(x,y), \cdots\cdots$ ガ

1° $|x|\leq r$, $|y|=r'$

2° $x=x_0$, $|y|\leq r'$ ($|x_0|\leq r$)

~~附近~~ ノスベテノ点デ uniformément ニ converger (ou tends généralisé) スルナラバ, $|x|\leq r$, $|y|\leq r'$ ノ点ニ於テ有限個ノ点ヲ除イテ uniformément ニ converger スル.

~~(即チ suite (1) ガ点 (x_0,y_0) デ uniformément ニ conv. スルトキ)~~

証明ニハ Ac 33 de F. T. P. ニ相当スルモノデアル.

~~証明. suite (1), fonction limite ヲ $f(x,y)$ トスル. ~~Plaçons $x=x_0$ ナル~~ 点ニ於テ充分小サナ cercle γ ヲ描ケバ (le dans γ, $|y|\leq r'$) 此ノスベテノ点ニ於テ suite (1) ハ uniformément ニ converge スル γ 上ノ任意ノ値ヲ x_1 トスル 但シ $|x_1|\leq r$ ナル $f(x,y)$ ハ ~~x ガ x_1 附近ナ点ナリ~~ $|y|=r'$ ナルスベテノ点ニシテ uniformément méromorphe デアル故ニ~~ヲ充分小サクトルトキニヨリ $f(x,y)$ ハコヽニ於テ conv. スルコトヲ示ス. ~~ニツノ相異ナル値 α, β ヲ採ツテ仕舞フコトガ出来ル. 今 x ヲ γ 内ニ固定シ, 此値ガ γ ニ cover シテ仕舞フコトガ出来ル.~~ サクトモ二ツノ相異ナル値 α, β ヲトラナイト考ヘルコトガ出来ル~~