

令和4年度 一般選抜個別学力検査【後期日程】「理科（物理）」 出題意図・解答例（略解）

I 出題意図：万有引力の下での小物体の運動に関する問題を通して、単振動の性質および万有引力のもとでの小物体の運動について理解しているかを問うた。

問 1

(1) 惑星中における原点 O を中心とした半径 $|x|$ の球の質量は $\frac{|x|^3}{R^3}M$ なので、小物体が受ける力は $F = -\frac{GMm}{R^3}x$ となり、 $k = \frac{GMm}{R^3}$ となる。

(2) 小物体は x 軸上を $-R$ から R の範囲で単振動を行う。

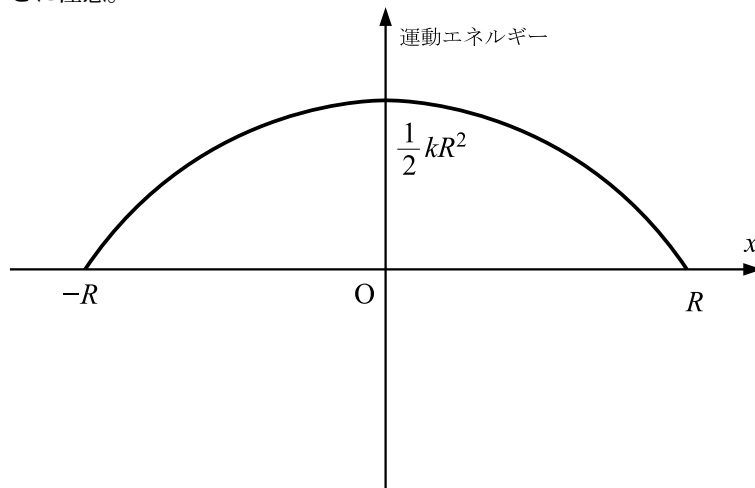
(3) トンネル出口に達するまでの時間は単振動の周期の半分である。

$$\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(4) 最初にもっていた位置エネルギーは $\frac{1}{2}kR^2$ であり、トンネル内における小物体の位置エネルギーは $\frac{1}{2}kx^2$ である。この差が位置 x における運動エネルギーとなるので以下のようになる。

$$\text{位置エネルギー} \quad \frac{1}{2}kx^2, \quad \text{運動エネルギー} \quad \frac{1}{2}k(R^2 - x^2)$$

(5) (4) で求めた運動エネルギーを $-R \leq x \leq R$ の範囲に描けばよい。運動エネルギーは正であることに注意。

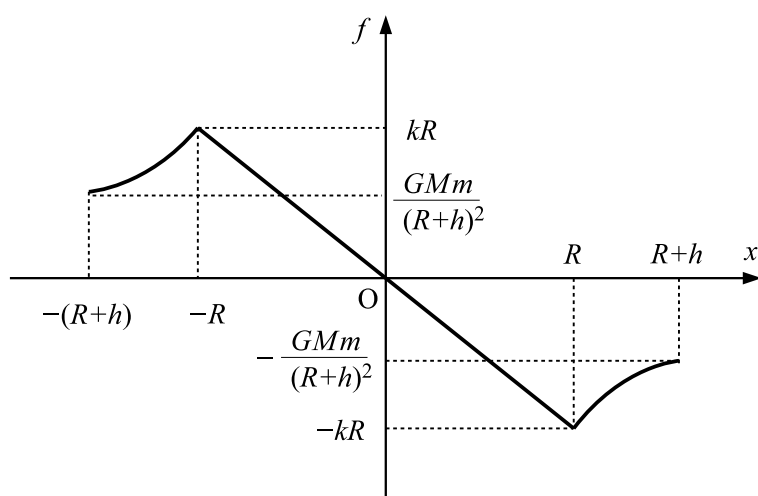


問 2

(1) 万有引力の公式より，小物体が受ける力は以下ようになる。

$$-\frac{GMm}{(R+h)^2}$$

(2) 問 1 (1) および問 2 (1) を考慮に入れて図示すると以下ようになる。



(3) トンネル出口における小物体の速さはトンネル入り口での速さと同じである。その速さを v として力学的エネルギー保存を考えると， $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R+h}$ より， $v = \sqrt{\frac{2GMh}{R(R+h)}}$ となる。

II 出題意図：電気と磁気に関する基本的な理解を問うた。コイルと抵抗を含む電気回路を題材にとり、物理法則を適切に用いて現象を理解する思考力を求めた。

問 1

(1)

③

(2) 十分に時間が経過したとき、回路を流れる電流は一定となり、コイルの自己誘導による起電力はゼロ。

$$\text{コイルを流れる電流：} \frac{V}{r}, \text{ 抵抗 } R \text{ を流れる電流：} \frac{V}{R}$$

(3) 十分に時間が経過したとき、コイルを流れる電流は抵抗 r に流れる電流に等しいから、コイルに蓄えられるエネルギーは $\frac{1}{2}L\left(\frac{V}{r}\right)^2 = \frac{LV^2}{2r^2}$ である。

(4) 時刻 $t = 0$ において回路に電流は流れないから、この瞬間で抵抗に電圧降下はない。コイル、抵抗 r 、電池からなる回路にキルヒホッフの法則を適用すれば、

$$V = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} + 0 \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{V}{L}$$

となり、 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ の大きさが小さくなる ことがわかる。

問 2

(1) コイルには電流を一定に保とうとする性質があるため、スイッチを開いた直後にコイルを流れる電流の強さと向きはスイッチを開く直前のものに等しく、コイルには c から d の向きに電流 $\frac{V}{r}$ が流れる。ゆえに、コイル、抵抗 r 、抵抗 R の直列回路に着目すれば、スイッチを開いた直後に抵抗 R を流れる電流の大きさも $\frac{V}{r}$ となり、抵抗 R にかかる電圧は $-\frac{V}{r} \times R$ となる。回路の電圧降下を考えれば、コイルの起電力が

$$\frac{V}{r} \times r + \frac{V}{r} \times R = \frac{r+R}{r}V$$

であるとわかる。

$$\text{抵抗 } R \text{ にかかる電圧：} -\frac{R}{r}V, \text{ コイルの起電力：} \frac{r+R}{r}V$$

(2) $t = t_0$ で回路を流れていた電流は、十分時間が経過するとゼロとなり、この間にコイルに蓄えられていた問 1 (3) のエネルギーが、抵抗 R と抵抗 r において発生するジュール熱となる。 $t = t_0$ 以降の時刻において、2つの抵抗に流れる電流の大きさは等しいから、抵抗 R と抵抗 r にかかる電圧の比は、 $R : r$ である。ゆえに、抵抗 R と抵抗 r の各瞬間の消費電力の比は、つねに $R : r$ となり、それぞれで発生するジュール熱についてもこの比に等しくなるから、抵抗 R で発生するジュール熱は

$$\frac{LV^2}{2r^2} \times \frac{R}{r+R} = \frac{RLV^2}{2r^2(r+R)}$$

となる。

III 出題意図：単原子分子理想気体の状態方程式，内部エネルギー，外部にした仕事，状態変化などの基本的事項を理解しているかを問うた。

問 1

(1) 体積変化は $\Delta V = V_B - V$ であるから， $W = p\Delta V = p(V_B - V)$ である。

(2) 内部エネルギーの変化は

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_B - T)$$

であり，状態方程式より， $p(V_B - V) = nR(T_B - T)$ が得られるので

$$\Delta U = \frac{3}{2}p(V_B - V)$$

(3) 熱力学第 1 法則より

$$Q = \Delta U + W = \frac{3}{2}p(V_B - V) + p(V_B - V) = \frac{5}{2}p(V_B - V)$$

問 2

(1) 状態 B について， $pV_B = nRT_B$ である。シリンダー S_1 内の気体の状態方程式は， $pV = n_C RT_B$ である。この 2 つの式より， $\frac{V_B}{V} = \frac{n}{n_C}$ となるので，

$$n_C = \frac{V}{V_B}n$$

(2) 定積変化なので，求める熱量 Q' は内部エネルギーの差である。

状態 B におけるシリンダー S_1 内の気体の内部エネルギー $U_1 = \frac{3}{2}n_C RT_B$ は，状態方程式

$pV_B = nRT_B$ と， $n_C = \frac{V}{V_B}n$ より

$$U_1 = \frac{3}{2}n_C \frac{pV_B}{n} = \frac{3}{2} \frac{n_C}{n} pV_B = \frac{3}{2} \frac{V}{V_B} pV_B$$

また，状態 C の内部エネルギー U_C は

$$U_C = \frac{3}{2}n_C RT = \frac{3}{2} \frac{n_C}{n} nRT = \frac{3}{2} \frac{n_C}{n} pV = \frac{3}{2} \frac{V}{V_B} pV$$

よって

$$Q' = U_1 - U_C = \frac{3}{2}pV \left(1 - \frac{V}{V_B}\right)$$

問 3 状態 C の圧力を p_C とすると，状態 C において， $p_C V = n_C RT = \frac{V}{V_B} nRT = \frac{V}{V_B} pV$ である。状態 C から状態 D への変化は等温変化なので， $p_C V = p_D V_D$ である。この 2 つの式から $pV_D = \frac{V}{V_B} pV$ となるので，

$$V_D = \frac{V}{V_B} V = \frac{V^2}{V_B}$$

問 4 混合前のシリンダー S_1 内の内部エネルギーは状態 C の内部エネルギー $U_C = \frac{3}{2} \frac{V}{V_B} pV$ と等しい。一方, シリンダー S_2 内の内部エネルギー U_2 は

$$U_2 = \frac{3}{2} p(V_B - V)$$

である。従って, 内部エネルギーの和 U は

$$U = U_C + U_2 = \frac{3}{2} pV \left(\frac{V}{V_B} + \frac{V_B}{V} - 1 \right)$$

となる。混合後も内部エネルギーの和は変化しないので, 混合後の温度を T' とすると,

$$U = \frac{3}{2} nRT' = \frac{3}{2} pV \frac{T'}{T}$$

であるから

$$T' = \left(\frac{V}{V_B} + \frac{V_B}{V} - 1 \right) T$$

である。