

令和8年度4月入学者選抜試験問題

奈良女子大学大学院人間文化総合科学研究科(博士前期課程)

数物科学専攻

【 一 般 選 抜 】

試験科目名 : 筆記試験(数 学)

令和7年7月5日(土)

試験時間: 10:00~12:00

注意事項

- (1) 解答用紙の指定された箇所に受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
受験番号は、受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
指定された以外の箇所には、受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
- (2) 問題冊子及び解答用紙は、指示があるまで開いてはならない。
- (3) 全問解答すること。
- (4) 問題1から問題3を問題ごとに別々の解答用紙を使って解答すること。
解答用紙(両面)は3枚ある。
解答用紙は必要に応じて追加できるので、手を挙げて知らせること。
- (5) 問題冊子に乱丁、落丁、印刷不鮮明など不備があった場合は、挙手をして試験監督者に申し出ること。
- (6) 問題冊子の総ページ数 5ページ
問題ページ 第3～第5ページ(第1～第2ページは白紙)
- (7) 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

1 線形写像 $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & 11 & -13 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ を用いて,
 $f(x) = Ax$ で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\text{Ker } f$ を求めよ.
- (2) $\mathbb{R}^3$ の部分空間 V が $\text{Ker } f$ の直交補空間であるとする. V を求めよ.
- (3) A の固有ベクトルが (2) で求めた V の元となるかどうか調べよ.

2 集合 X から集合 Y への写像 $f : X \rightarrow Y$ と部分集合 $U \subset Y$ について、以下の問いに答えよ.

- (1) 逆像 $f^{-1}(U) = \{x \in X \mid f(x) \in U\}$ について $f(f^{-1}(U)) \subset U$ を示せ.
- (2) $f(f^{-1}(U)) \neq U$ であるような X, Y, f と U の例を示せ.
- (3) 部分集合 $A \subset X$ に対して、 $f(A \cap f^{-1}(U)) = f(A) \cap U$ が成り立つかどうか調べよ.

3 $a \neq 0$ を実数とする. $\mathbb{R}^2$ 上の関数 $f(x, y) = a^3x^3 - 2axy + y^2$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

(2) 曲線 $f(x, y) = 1$ 上の点 $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ の近傍で定義される陰関数 $y = \varphi(x)$ について $\varphi'\left(\frac{1}{a}\right)$ を求め, $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ における接線の方程式を求めよ.