

令和 8 年度

理 学 部

数物科学科 物理学コース

第 3 年次編入学者選抜学力試験問題

数 学

令和 7 年 6 月 7 日 (土)

1 0 : 0 0 ~ 1 1 : 3 0

注 意 事 項

1. 解答用紙表紙の指定された箇所に，受験番号，氏名を記入すること。
受験番号は，受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
指定された箇所以外には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. B1～B4 の全問を解答すること。
3. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙に記入すること。
4. 各問題の解答用紙（両面）はそれぞれ 1 枚ある。
5. 問題冊子の総ページ数————— 3 ページ
問題ページ————— 第 2 ～ 3 ページ
(第 1 ページは白紙)
6. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

B1 微分を用いて、関数 $f(x) = x^n e^{-x}$ についての以下の問いに答えよ。 n は自然数とする。

- (1) n の値によらず $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ であることを示せ。
- (2) $f(x)$ が極値をとる点の x 座標をすべて求めよ。
- (3) $n = 2$ の場合について、極値をとる点がすべて含まれるように $f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (4) $f(x)$ が極大値をとる点の x 座標を $x = a$ とする。 $f(x)$ は $x = a$ 付近で関数 $y = ce^{-b(x-a)^2}$ により近似できることを、関数 $g(x) = \log f(x)$ のテイラー展開を用いて示し、定数 b および c を求めよ。ここで対数関数 $\log f(x)$ の底は e とする。

B2 積分に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 積分 $\int_0^{\infty} dx x^n e^{-x}$ の値を計算せよ。 n は自然数とする。
- (2) 2重積分 $\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{-(x^2+y^2)}$ は2次元極座標 (r, θ) に変数変換すると計算できる。このことを利用して積分 $\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-t^2}$ の値を求め、積分 $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-b(x-a)^2}$ を計算せよ。 a, b は実定数で $b > 0$ であるとする。

B3 $y(t)$ は $t = 0$ で $y = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$ を満たす滑らかな関数であり、微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + y = 0$$

を満たす。微分方程式を解いて $y(t)$ を求めよ。

次ページに続く

B4 座標 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ から座標 $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ への座標変換

$$x' = x + a(y + z), \quad y' = y + a(z + x), \quad z' = z + a(x + y)$$

について以下の問いに答えよ。 a は実定数で $0 < a < 1$ であるとする。

- (1) この座標変換は行列 A を用いて $\mathbf{r}' = \mathbf{r}A$ と表すことができる。ベクトル $(1, 1, 1)$ は行列 A の固有ベクトルであることを示し、固有値を求めよ。
- (2) 行列 A のその他の固有値と、その固有値に属するすべての固有ベクトルが含まれる平面を求めよ。