

令和9年度4月入学者選抜試験問題

奈良女子大学大学院人間文化総合科学研究科(博士前期課程)

数物科学専攻

【 一 般 選 抜 】

試験科目名：筆記試験(数 学)

令和8年7月4日(土)

試験時間：10:00～12:00

注意事項

- (1) 解答用紙の指定された箇所に受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
受験番号は、受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
指定された以外の箇所には、受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
- (2) 問題冊子及び解答用紙は、指示があるまで開いてはならない。
- (3) 全問解答すること。
- (4) 問題1から問題3を問題ごとに別々の解答用紙を使って解答すること。
解答用紙(両面)は3枚ある。
解答用紙は必要に応じて追加できるので、手を挙げて知らせること。
- (5) 問題冊子に乱丁、落丁、印刷不鮮明など不備があった場合は、挙手をして試験監督者に申し出ること。
- (6) 問題冊子の総ページ数 5ページ
問題ページ 第3～第5ページ(第1～第2ページは白紙)
- (7) 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

1 a を実数とし, $A = \begin{pmatrix} 2a+2 & -4 & 2-2a \\ 2a & -2 & 2-2a \\ a+3 & -4 & 1-a \end{pmatrix}$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) A が異なる 3 つの固有値をもつための a の条件を求めよ.

(2) a が (1) の条件を満たさないとき, A が対角化可能であるかどうか調べよ.

2 次元ユークリッド空間 $(\mathbb{R}^2, d)$ 上の 2 点 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2), \boldsymbol{y} = (y_1, y_2)$ に対し, 関係 $\boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{y}$ を

$\boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{y} \iff x_1 = y_1$ かつ $x_2 - y_2 = k$ をみたす整数 k が存在する

と定義する. ただしここで d は $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ から $\mathbb{R}$ への写像

$$d(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$$

を表すものとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $\mathbf{0} = (0, 0)$ とする. $\mathbf{0} \sim \boldsymbol{x}$ となる $\boldsymbol{x}$ をすべて求めよ.
- (2) 関係 $\sim$ が同値関係であることを示せ.
- (3) 商集合 $\mathbb{R}^2/\sim$ において, $(\mathbb{R}^2/\sim) \times (\mathbb{R}^2/\sim)$ から $\mathbb{R}$ への写像 $\tilde{d}$ を

$$\tilde{d}([\boldsymbol{x}], [\boldsymbol{y}]) = \inf \{d(\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \mid \boldsymbol{x}' \in [\boldsymbol{x}], \boldsymbol{y}' \in [\boldsymbol{y}]\}$$

と定める. このとき, $\tilde{d}$ が距離関数となることを示せ.

3 $\mathbb{R}^2$ 上の関数

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y + xy^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x, y)$ の原点における連続性を調べよ．

(2) $a > 1$ に対し，

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

とする．重積分

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy$$

を求めよ．