令和９年度

理　学　部

数物科学科 物理学コース

第３年次編入学者選抜学力試験問題

数　　学

令和８年６月６日（土）

１０：００～１１：３０

注 意 事 項

1．解答用紙表紙の指定された箇所に，受験番号，氏名を記入すること。
　受験番号は，受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
　指定された箇所以外には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2．B1～B4 の全問を解答すること。
3．解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
　解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙に記入すること。
4．各問題の解答用紙（両面）はそれぞれ１枚ある。
5．問題冊子の総ページ数――――――　３ページ
　　問題ページ――――――――――――　第２～３ページ
　　（第１ページは白紙）
6．試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

B1 微分に関する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \exp\left\{-\dfrac{(x-a)^2}{2b^2}\right\}$ の増減と凹凸を調べ，$y = f(x)$ のグラフを描け。ただし，a と b は実定数で，$a > b > 0$ を満たす。

(2) 関数 $f(x) = (1+x)^a$ のマクローリン展開（$x = 0$ のまわりのテイラー展開）を行なえ。

(3) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ である時，次の量を求めよ。

$$Q_1 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2$$
$$Q_2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

ただし、$x^2+y^2+z^2 \neq 0$ とする。

B2 積分に関する以下の問いに答えよ。

(1) 以下の積分を行なえ。

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x-a)^2+b^2} dx \quad (a \text{ と } b \text{ はともに正の実定数である})$$
$$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad (\text{必要ならば，変数変換 } t = x + \sqrt{x^2+1} \text{ を行なえ})$$

(2) 質量 M，半径 a の円板 S が x-y 平面上におかれ，S の中心は原点と一致している。z 軸周りの慣性モーメント I_z は以下の式で与えられる。

$$I_z = \sigma \iint_S (x^2+y^2) dx dy$$

ここで，$\sigma = M/(\pi a^2)$ であり，積分範囲は $0 \leqq \sqrt{x^2+y^2} \leqq a$ である。この積分を計算し，慣性モーメント I_z を求めよ。

次ページに続く

$\boxed{\textbf{B3}}$ 以下に記す手順で常微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 3x = At$$

の解を求める。ここで，A は実定数である。

(1) $A = 0$ の場合の一般解 x_1 を求めよ。

(2) $A \neq 0$ の場合の特解 x_2 を求めよ。

(3) $A \neq 0$ の場合の一般解は $x_1 + x_2$ で与えられる。これを用いて，$t = 0$ で $x = 0$, $\dfrac{dx}{dt} = 0$ という条件を満たす解 x を求めよ。

$\boxed{\textbf{B4}}$ 以下の実行列 M に関する問いに答えよ。

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 2\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 M は対称行列 S と反対称行列 A の和で表すことができる。S と A をそれぞれ求めよ。

(2) 上で求めた対称行列 S は，直交行列 U を用いて

$$U^T S U = \tilde{S}$$

によって対角行列 $\tilde{S}$ に変換される。U と $\tilde{S}$ をそれぞれ求めよ。