

最終講義

奈良女子大における研究・教育、そして邂逅

上江洌達也

日時：2020年3月1日（日）

15:00～16:30+ α

場所：奈良女子大学記念資料館

第一部
研究・教育、
邂逅編

★奈良女への着任。

恩師である冨田和久先生、研究室の先輩である川崎辰夫先生の推薦。

1983年4月

奈良女子大学 理学部物理学科 数理物理学研究室へ助手として着任。
当時その研究室は川崎和子先生お一人が在職。

専門分野

統計力学、物性基礎論、特に、非線形動力学とカオス、ランダム系とニューラルネットワーク、情報統計力学の諸問題の理論的研究

分野の説明

統計力学：

アボガドロ数程度、 10^{23} 乗個にも及ぶ莫大な量の粒子からなる系をあつかう学問。粒子数が多いために、統計的な議論が可能になり、かえって、ごく少数の変数、たとえば、温度や圧力、体積などで系が記述できるようになる。

平衡統計力学:

時間変化がおさまって、変化が無くなった状態、平衡状態、についての理論的枠組み。

19世紀はじめころまでには確立。

従って、平衡に至るまでの過程や、振動状態などの動的な状態の統計力学、非平衡統計力学、を構築することが、大きな目標となる。

非平衡統計力学

線形非平衡統計力学：
平衡から少し離れた状態を扱う。既に理論が確立。

非線形非平衡統計力学：
平衡からかなり離れた、あるいは遠く離れた状態の研究。
いまでも殆どわかっていない。

大学院に入学した頃の状況

非平衡状態として、自発的な振動現象、特に、周期的でない運動状態、カオス、が注目されていた。
カオスは、非常に低自由度の系で起こりうるので、盛んに研究された。

奈良女着任直後の研究

○フラストレーションのある三角格子上の反強磁性体の研究

磁石の実体：電子スピン。微視的な“磁石”。
古典的に扱う場合と量子的に扱う場合がある。
また、スピンの成分数に応じて次のような名称がついている。

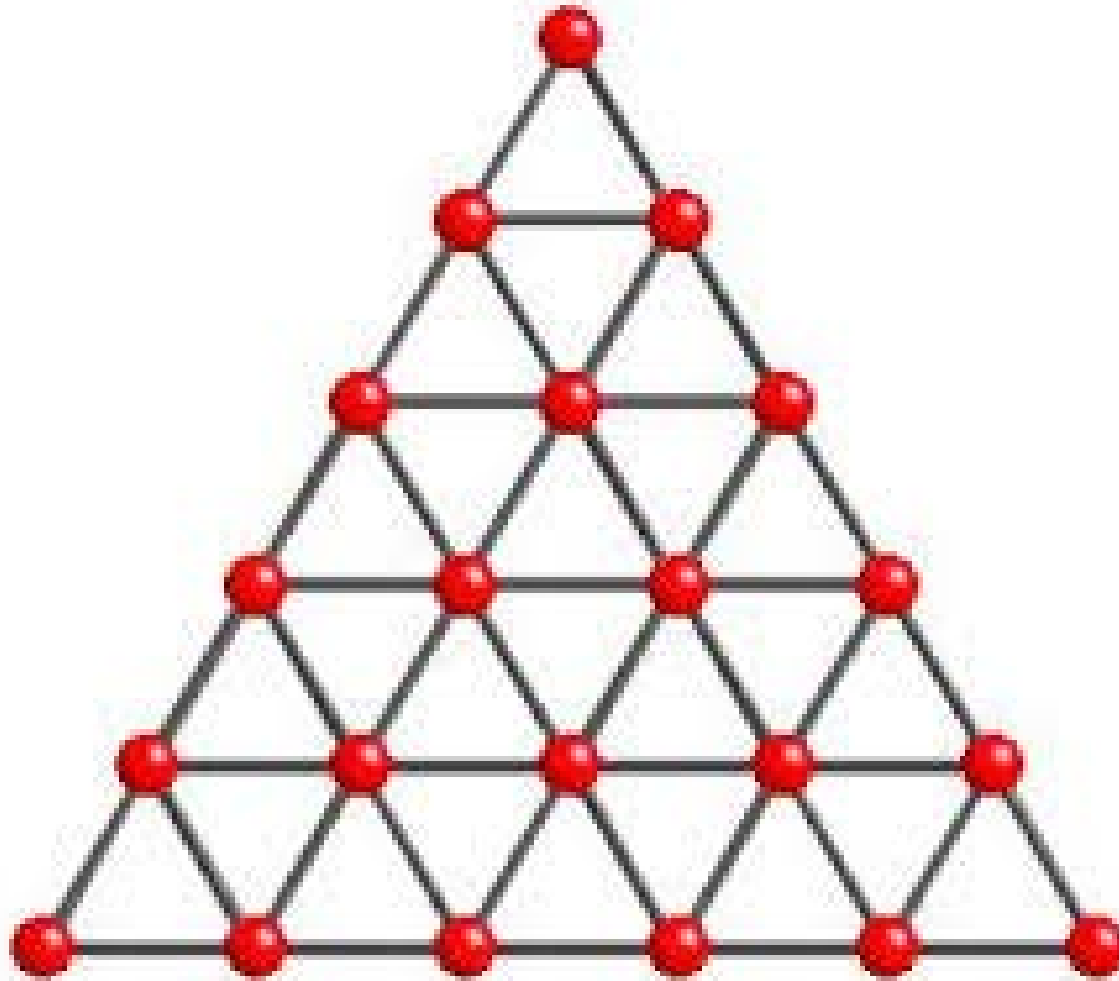
1成分のとき、イジングモデル $S = \pm 1$

2成分のとき、XYモデル $\vec{X} = (S_x, S_y)$

3成分のとき、ハイゼンベルグモデル $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$

我々は、古典的な場合で、イジングモデルや、あとで出てくるが、XYモデルを扱った。

三角格子



強磁性体：2つのスピンの平行になる方がエネルギーが低い。低温で磁石になる。

反強磁性体：2つのスピンの反平行になる方がエネルギーが低い。

フラストレーション：

二つ(以上)のどの状態もエネルギーが同じになり、どの状態になるか一意的に決まらない状況が生じる系。

フラストレーション

エネルギーが低い状態になりたい。

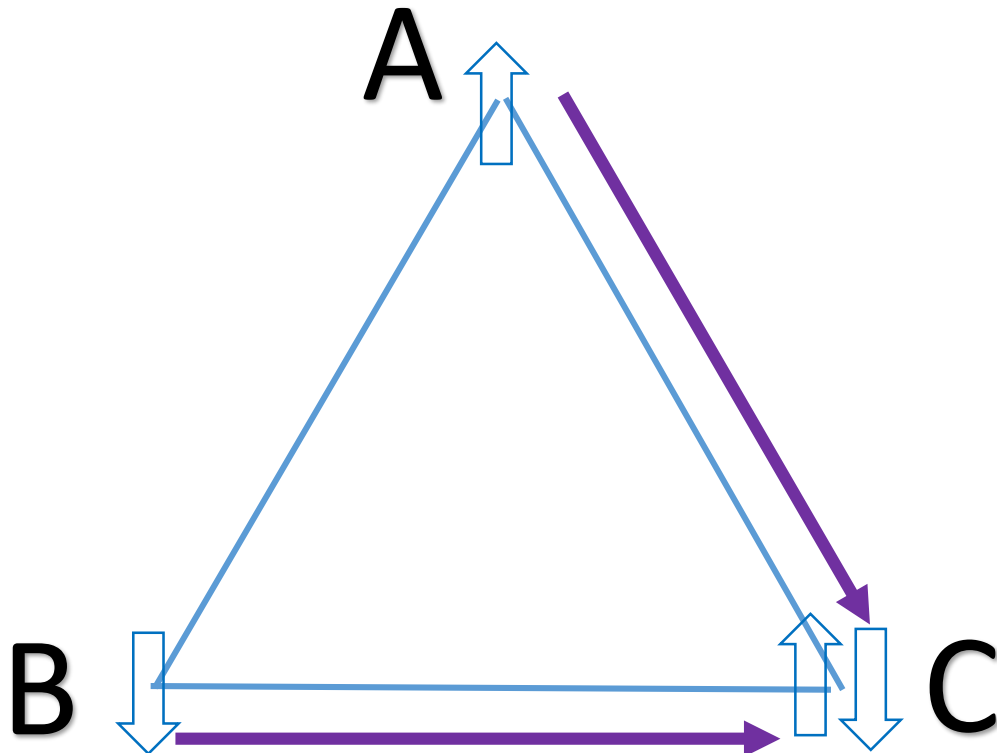
スピンの対は反強磁性のため、逆向きになりたい。

Aを上向きとすると、Bは下向きになりたい。

Aが上向き、Bが下向きのとき。

CはAとの関係では下向き、Bとの関係では上向き。

がよいので、どの向きになったらいいのか決まらない。いずれの場合もエネルギーが同じなので、同じエネルギー状態が多数存在する。



○フラストレーションのある磁性体の研究

- 三角格子上的反強磁性体の静的及び動的性質 I (1987) (50)
- 三角格子上的反強磁性体の静的及び動的性質 II (1988) (49)
- 競合する相互作用を有する三角格子上的イジングスピンの静的及び動的性質 (1988) (48)

川崎和子先生との共同研究

平衡状態、緩和過程、周期的外場に対する応答。
1体のみの場合、2対相関までの2つの場合を研究。

○力学系の研究

研究は、差分方程式や微分方程式から出発。これらは、力学系と総称される。

1次元写像(ロジスティックマップ)

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n) \quad (1)$$

パラメータ λ を0から大きくすると、動かない点(固定点) 0から、新たな固定点が生まれ(分岐)、さらにそれが2周期解になり、さらに、4, 8, 16周期解と周期が倍々と、無限回の分岐の後、非周期解、カオス、になる。
これを周期倍分岐の連鎖によるカオスへのルートと呼ぶ。

カオス

ノイズの入っていない、決定論的な方程式であるにも関わらず、解が、非周期的な運動をする。また、軌道不安定性があり、近くの軌道は指数関数的に離れていく。しかし、また、近くに戻ってきて、有界な領域にとどまる。その結果、フラクタル構造を持つ。これは、ストレンジアトラクタと呼ばれる。

分岐現象

差分方程式や微分方程式でパラメータを変えるときに、解が変化する現象。

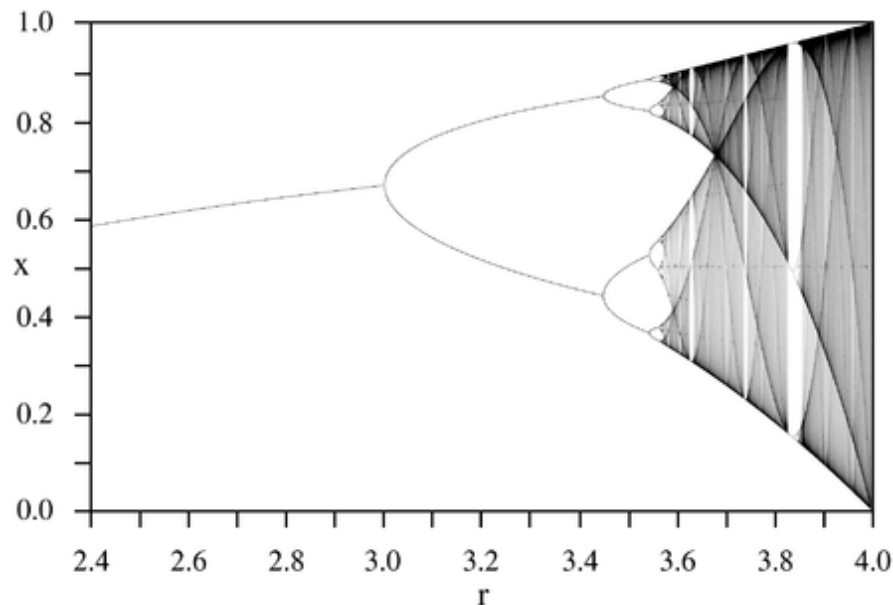
物理現象で言えば、相転移。例えば、水から氷や水蒸気になる。

周期倍分岐の連鎖でカオスに至るルートにおける普遍則

r_n : 2^n 周期解が出現するパラメータ

$\Delta_n = r_{n+1} - r_n$: 2^n 周期解が安定なパラメータ

$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_n}{\Delta_{n+1}} = 4.669\dots$: ファイゲンバウム定数



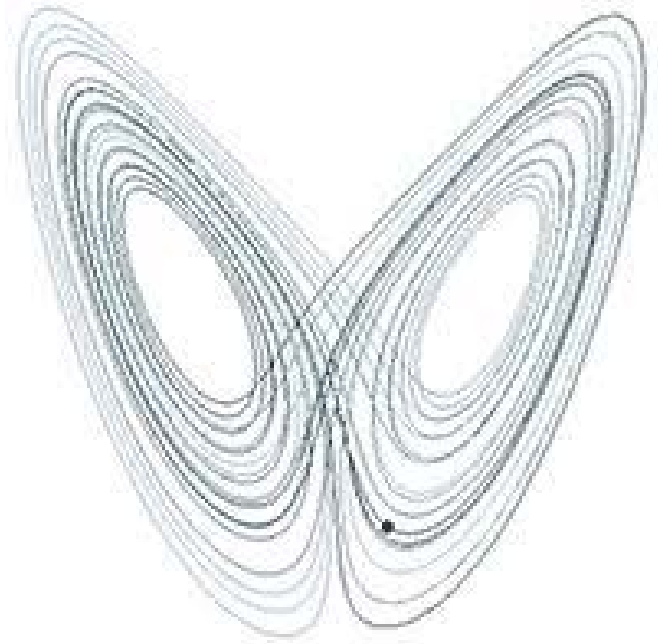
微分方程式系 (ローレンツモデル)

$$\frac{dx}{dt} = -\sigma(x - y),$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz,$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz.$$

$$r = 28, \sigma = 10, b = 8/3.$$



このパラメータは、E. N. Lorenzが初めてカオスを見出した値。ローレンツアトラクタと呼ばれている。
この系も、周期倍分岐の連鎖が起こる。

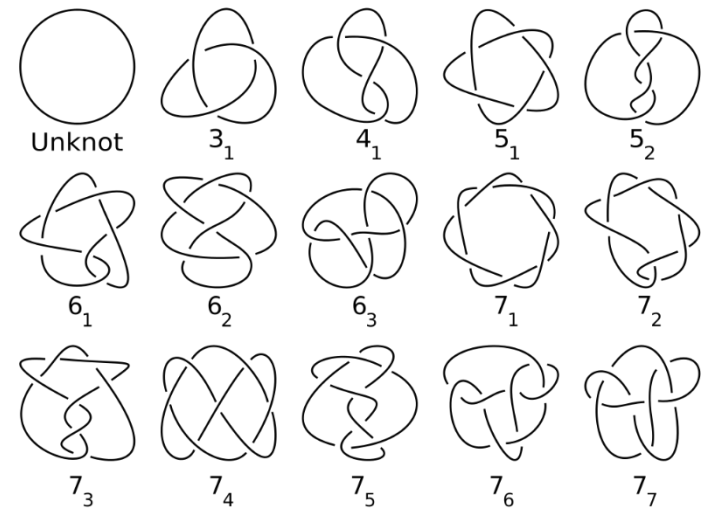
着任前の研究

力学系におけるトポロジーの研究

3変数の微分方程式系

(ローレンツモデルなど)

周期解: 一般に結び目ができる。



周期解の近傍の流れを位相的に特徴づけるtorsion number, relative torsion numberを定義し、周期解が分岐する時に、これらの量が変化する規則を研究。また、周期解の周期が、周期1から、周期2, 周期4, 周期8, 周期16,,,と倍々になる周期倍分岐の連鎖におけるこれらの量の変化則を明らかにした。

○力学系の研究

- 微分方程式系における位相構造の研究(1990) (47)
- 1次元写像(サインサークルマップ)の共鳴解の存在領域のスケーリング則 (1990) (46)
Peter C. Davis氏との共同研究。
- 高次元空間におけるトポロジカルな観点からの研究(1995) (43)
久保博嗣氏との共同研究

・台形写像における周期倍分岐の超収束性(1997) (37)

4回生 藤原由佳さん(1996年度卒)の卒研

頂点が平らな台形写像の周期倍分岐において、周期 2^n の解の存在するパラメータの値の幅と、 2^{n+1} の解の存在するパラメータの値の幅の比が、指数的に収束することを示した。頂点が曲率をもつときは、ベキ的にファイゲンバウム定数 $\delta = 2.669\dots$ に収束。

・台形写像における周期倍分岐の超収束性の厳密証明(2000) (36)

論文37の内容を、厳密に証明し、また、 p 周期から始まる場合も証明した。

r_n : 2^n 周期解が出現するパラメータ

$\Delta_n = r_{n+1} - r_n$: 2^n 周期解が安定なパラメータ

$$\Delta_n \approx r_c^{2^n},$$

$$\delta_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_n}{\Delta_{n+1}} = \infty.$$

頂点が 2 次の時

$\delta_2 = 4.669\dots$: ファイゲンバウム定数

○ゾウリムシの研究

本学生物学科の高木由臣氏との共同研究

- ・似た生活様式をもつ2種のゾウリムシの閉鎖系での培養
— ガウゼの実験とその拡大解釈に対する問題提起 — (1991) (45)
高木由臣氏、富野涼子さん、清水晃氏との共同研究。

教科書にも載っている、ガウゼの実験についての解説の間違いを指摘。「生態の似た2種のゾウリムシは、共存できない」というガウゼの法則に対して、実験と数値シミュレーションにより、共存が起こる場合があることを示した。

- ・*Paramecium caudatum* のクローン寿命に関するコンピュータシミュレーションによる研究 (2009) (18)

角谷沙恵さん、吉田実加さん、中島祥乃さん、麻生隆氏、高木由臣氏との共同研究。

実験室系でのゾウリムシ培養について、個体数の時間変化に関する力学系モデルを構築し、ゾウリムシの平均寿命、最大寿命がどのような要因に依存するかを、力学系モデルの数値計算を行うことによって研究した。ゾウリムシの分裂や死亡以外に、飢餓状態の雌雄が合体して年齢が0の雄2匹あるいは雌2匹になる接合という現象も取り入れられている。

○スピングラスの研究

★野倉一男氏とランダム系 (SKモデル) の共同研究を行う。
その過程で、レプリカ法を習得。

SKモデル:

D. Sherringtonと S. Kirkpatrickが提案した、相互作用の値が正負のランダムな値をとり、従って、フラストレーションのあるイジングスピン系の可解モデルで、極めて非自明なスピングラス相という、各スピンの向きがランダムに凍結した状態が出現するモデル。スピングラス相は超計量性という非自明な性質をもつ。

ハミルトニアン $H = -\sum_{i,j} J_{i,j} s_i s_j.$

$$P(J_{i,j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (J_{i,j} - \bar{J})^2\right],$$

$$\bar{J} = \frac{J_0}{N}, \quad \sigma = \frac{J}{\sqrt{N}}.$$

レプリカ法

ランダム系で、ランダムな変数が凍結 (ほぼ一定) する場合には、

$$\text{分配関数 } Z = \sum_E \exp[-\beta E], \beta = 1/(k_B T)$$

ではなく、そのログリズムをとった自由エネルギー $F = -k_B T \ln Z$ のランダム平均をとる必要がある。通常の方法ではこれは不可能。レプリカ法では、 n 個の全く同じ系 (レプリカ) を考え、分配関数の n 乗のランダム平均をとり、次の公式で、 n が 0 の極限をとることにより、 $\ln Z$ の計算を行う。

$$\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{Z^n - 1}{n}$$

ランダム平均を行うと、レプリカ間の相互作用が生じる。レプリカ α と β の間のオーバーラップ $q_{\alpha\beta}$ がオーダーパラメータ。

$$q_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^\alpha s_i^\beta.$$

レプリカ対称解 (Replica Symmetric solution, RS solution)

$q_{\alpha\beta}$ がレプリカによらず、一定。

$$q_{\alpha\beta} = q.$$

レプリカ対称性を1回破る解 (1 step Replica Symmetry Breaking solution, 1RSB solution)

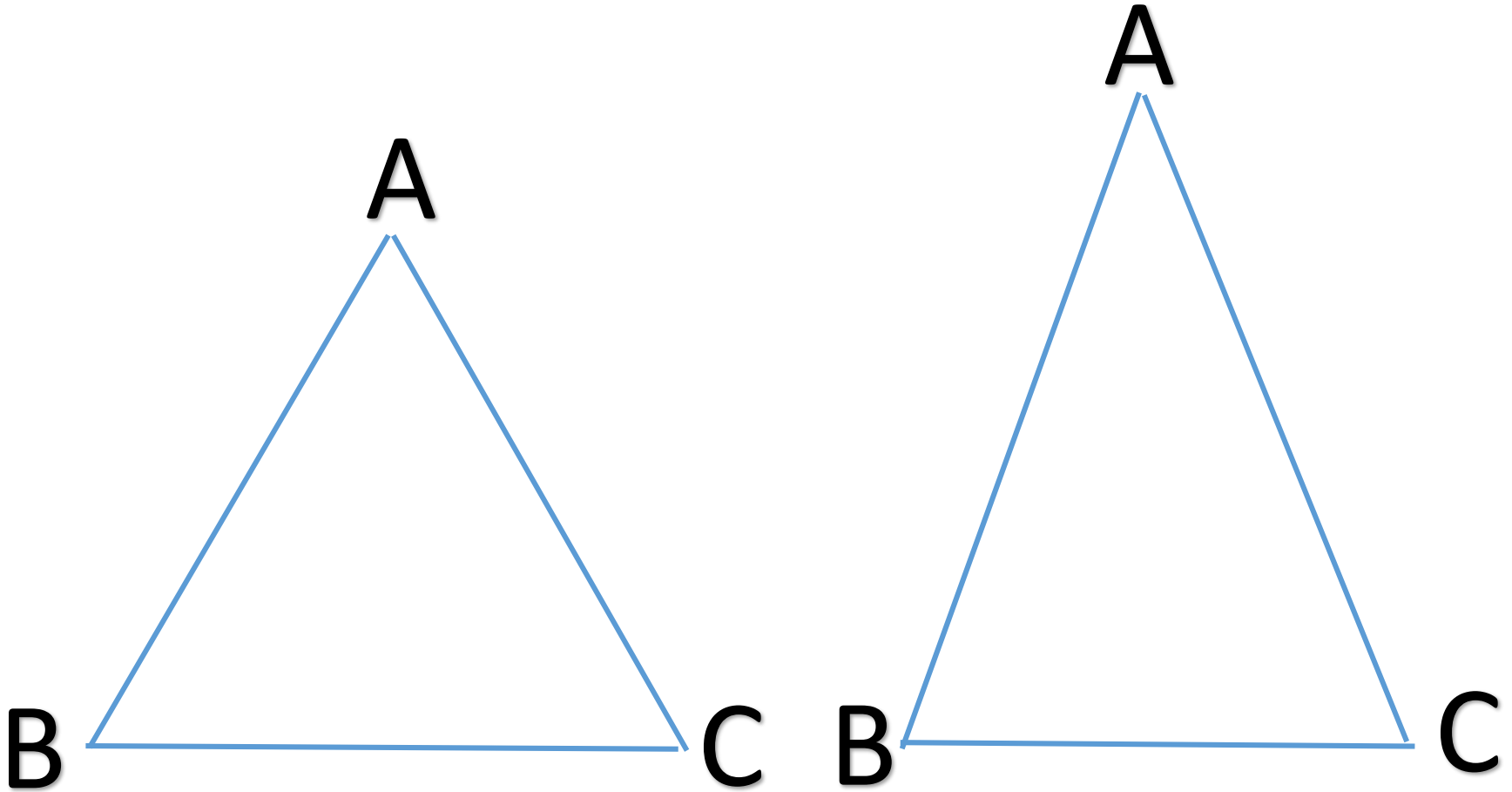
$$\{q_{\alpha\beta}\} = \{q_0, q_1\}.$$

RS解が不安定になると、RSB解が現れる。

SKモデルは、レプリカ対称性が無限回破れる。

超計量性 (ウルトラメトリシティ)

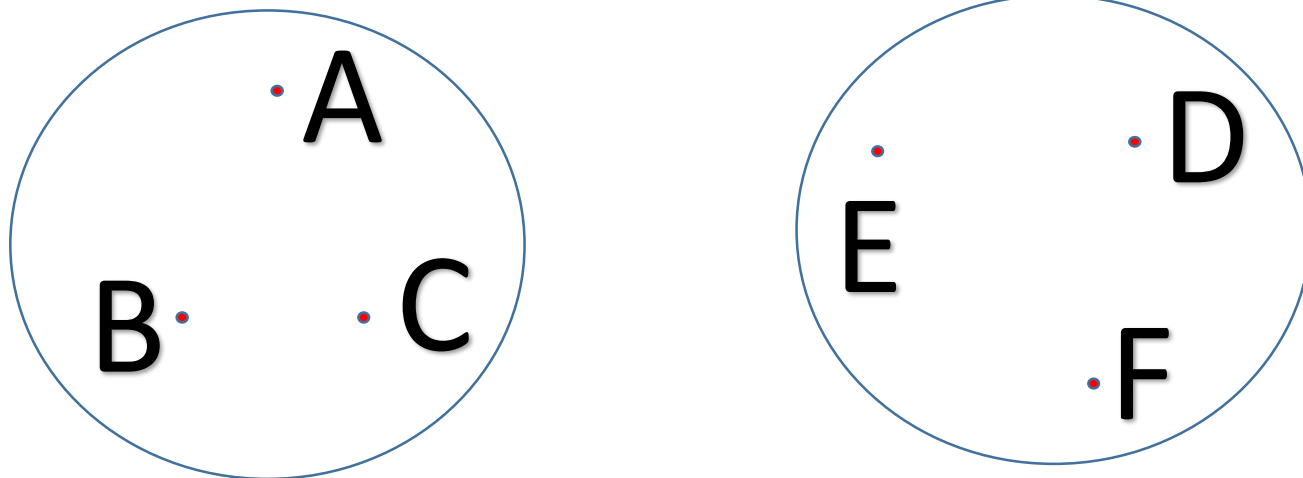
三点、A, B, C間の距離が、左図のように等しいか、右図のように、長い方が等しくなるような場合しかないような計量。このような場合に、例えば互いの距離が1以下の点の集合はクラスターをなす。



超計量性 (ウルトラメトリシティー)

左のクラスターは、Aとの距離が1以下の点の全体。右のクラスターは、Dとの距離が1以下の点の全体。AとDの距離は1より大きい。同様に、左のクラスター内の任意の点と右のクラスター内の任意の点の距離は1より大きい。

例えば言うと、「友達の友達は友達。友達の敵は敵。」が成り立つ世界。



二つの円内の点同士の距離は1以下。違う円内の点どうしの距離は1より大きい。

・SKモデルにおける相関クラスターと超計量性(1992) (44)
野倉一男氏との最初の共同研究。

超計量性を相関クラスターと概念を用いて解析。大規模モンテカルロシミュレーションで低エネルギー状態を多数発生させて、ウルトラメトリシティを確認し、相関クラスター理論から予測される色々関係式を数値計算により確認した。

この後、ニューラルネットワークの研究を開始。

ニューラルネットワーク:

脳は1000億個にもものぼる神経細胞(ニューロン)からなるネットワークである。脳をモデル化したのがニューラルネットワークモデル。相互結合型のネットワークで、記憶の蓄積や想起など、脳の高次機能を数理的手法で明らかにすることを目的とする。

ニューロンの構造

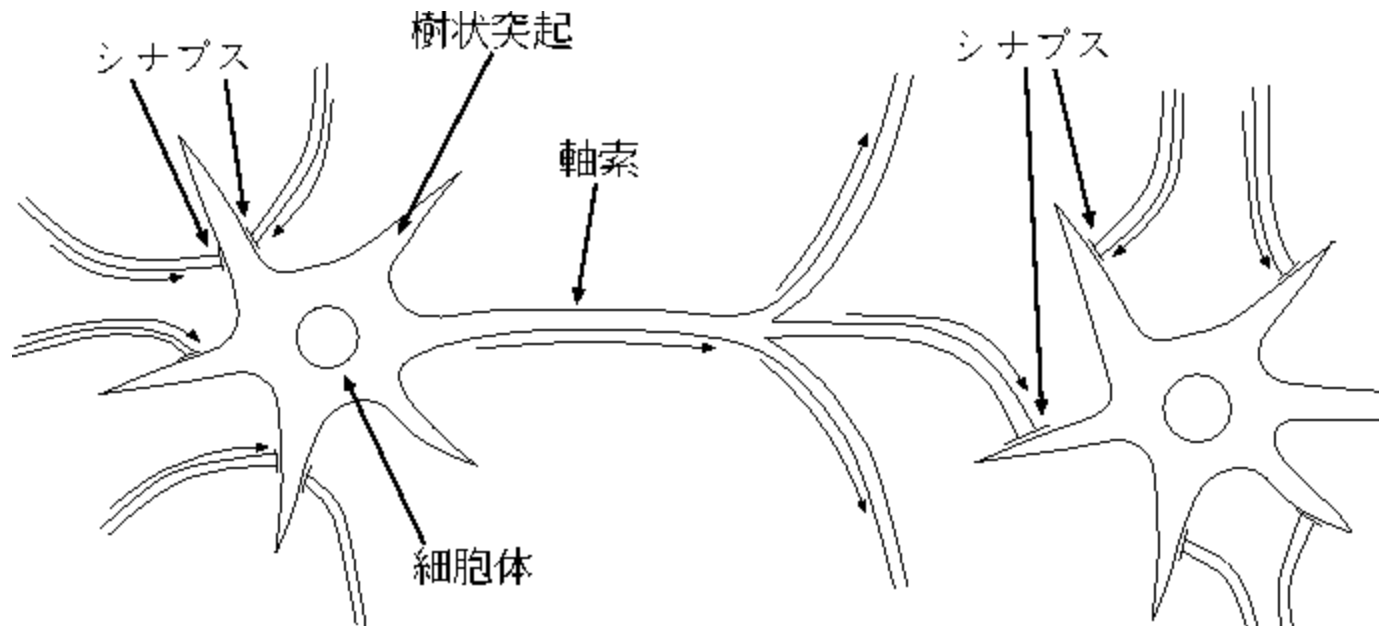
前と後ろがある。

細胞体：数ミクロン～数10ミクロン 前

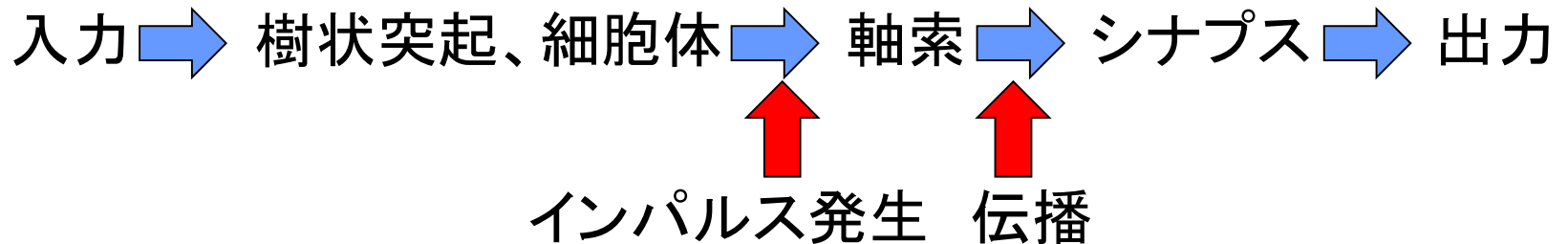
樹状突起：数10ミクロン～1mm

軸索：長いものでは1mもある

シナプス 軸索終末のボタン上にふくらんだ部分
後ろ



ニューロンにおける信号の流れ



インパルスの発生

膜電位: ニューロンの細胞膜の内外の電位差
(イオン濃度の相違による)

内部 K^+ カリウムが多い。 電位 -70mV (静止電位)

外部 Na^+ ナトリウム、 Cl^- 塩素が多い 電位 0mV

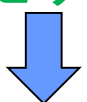
脱分極により膜電位がある閾値(約 -50mV)を超える



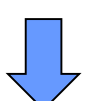
膜電位が約 $+20\text{mV}$ に上昇: 活動電位(一過性のスパイク状の電位)



軸索を減衰せずに伝導 0.5m/s から 100m/s 興奮時間 約 1ms



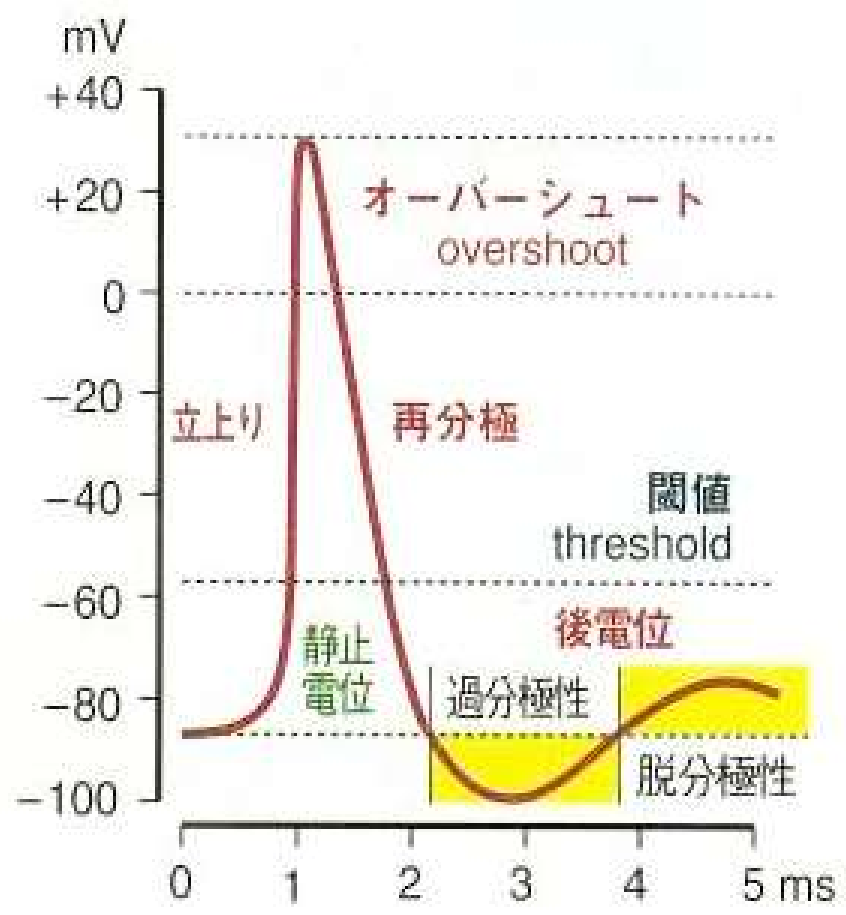
軸索終末に到達



神経伝達物質をシナプス間隙に放出



シナプス後細胞の樹状突起や細胞体にある受容器に作用して、イオンチャンネルが開閉することにより、イオンの流出入がおこり、膜電位が変化



シナプス結合における情報伝播

活動電位が軸索終末に到達



シナプス小胞がシナプス末端部まで移動



シナプス小胞の膜とシナプス末端の膜と融合して破れる。



シナプス小胞中の神経伝達物質が
細胞外に出る。(約1000分子/1小胞)



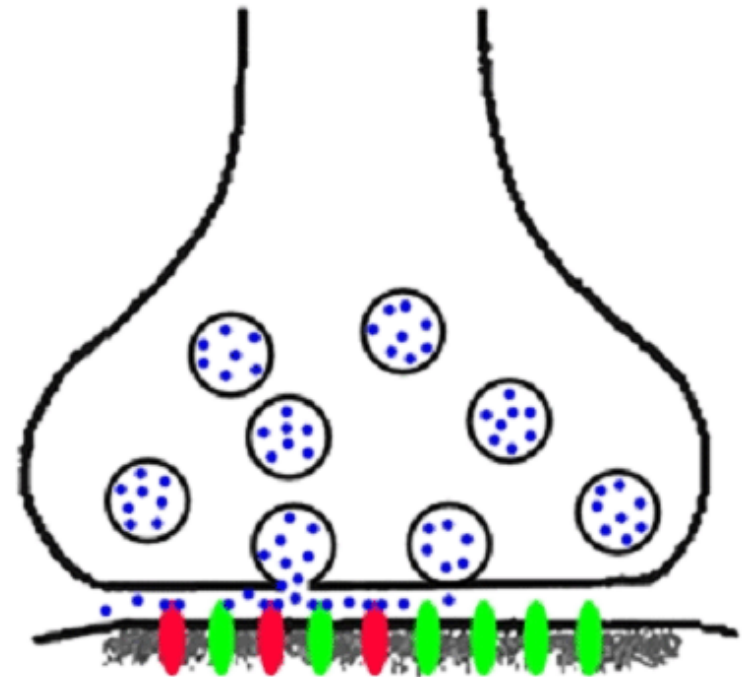
細胞間を拡散



シナプス後細胞の受容器に作用して
イオンチャネルを開閉



膜電位の変化



ニューロンのネットワーク

- 1個のニューロンは、数100～数万個のシナプス結合を持つ。
- 1個が 10^4 個に結合するとする。
- 1個が 10^4 個からシナプス結合を受けるとする。

細胞数 100億 = 10^{10} 個の細胞
シナプス結合は、 10^{14} 個

1つのインパルスの幅 約1ms = $1/1000$ 秒
発火頻度は 数100回/秒 約1キロヘルツ 遅い！！

しかし、 10^{10} 個のニューロンと 10^{14} シナプス結合があるため、
脳全体の計算速度は非常に速い。

並列分散処理を行っている。
つまり、同時に多数の情報処理ができる。 見る、聞く、感じる、、、。

ニューロン1個のモデル マツカロ・ピッツ モデル

ニューロンの微細構造は考慮せず、本質的な特徴を取り入れる。

- (1) ニューロンは、インパルスを出しているか、出していないかの2状態があるので、それを、状態を表す変数で表現する。

s_i : i 番目のニューロンの状態を表す変数で、1、0 をとる。

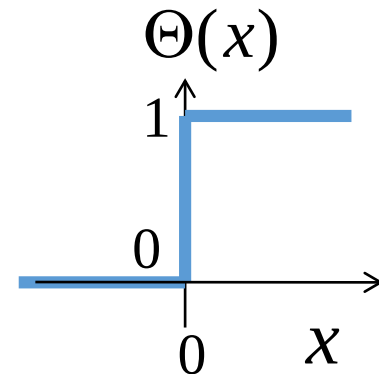
$s_i = 1$ は発火状態、 $s_i = 0$ 非発火状態

- (2) 前細胞のインパルスがシナプス結合によって、後細胞の膜電位に影響を及ぼす。 j 番目のニューロンから i 番目のニューロンへのシナプス荷重 を w_{ij} で表し、影響の強さを $w_{ij}s_j$ とする。

- (3) 後細胞の膜電位は、和によって決まる。 $\sum_j w_{ij}s_j$

- (4) 膜電位が閾値を超えると発火する。 閾値 θ_i

$$s_i(t+1) = \Theta\left(\sum_j w_{ij}s_j(t) - \theta_i\right)$$



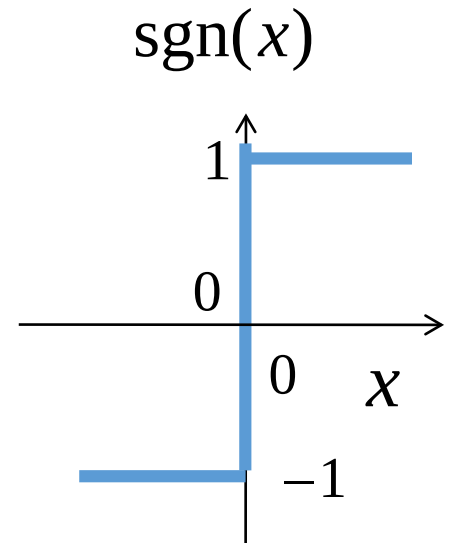
ニューラルネットワーク

N個のマッカロ・ピッツニューロンが結合してネットワークを作っている。
ここでは、 $s_i = \pm 1$ とする。

ニューロンの状態変化

$$s_i(t+1) = \text{sgn}\left(\sum_j w_{ij} s_j(t) - \theta_i\right)$$

このとき、“エネルギー” E を定義できる。
エネルギー E は、状態変化の際に、
減少するか、一定になることを示すことができる。
ただし、 $w_{ij} = w_{ji}$ を仮定。



w_{ij} は、磁石と違って、一定ではなく、相手を興奮させる興奮性と、相手を抑制する抑制性の2種類がある。

$w_{ij} > 0$ 興奮性シナプス結合

$w_{ij} < 0$ 抑制性シナプス結合

ホップフィールドモデル

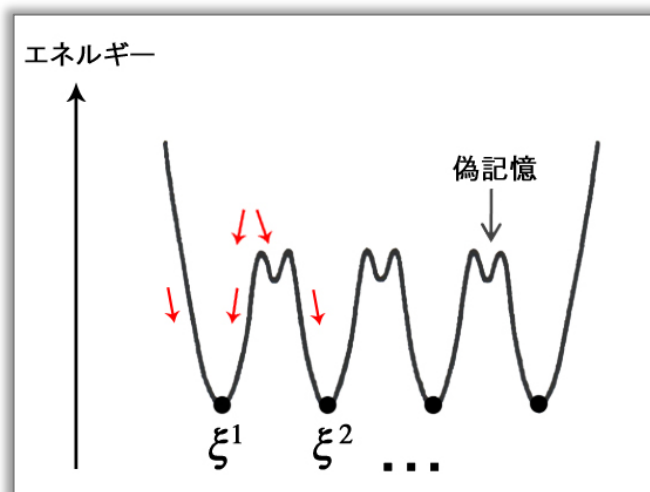
シナプス結合荷重として、Hebb則を用いるとパターンを埋め込むことができる。

Hebb則
$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^p \xi_i^{\mu} \xi_j^{\mu}$$

ここで、 $\vec{\xi}^{\mu} = (\xi_1^{\mu}, \xi_2^{\mu}, \dots, \xi_N^{\mu})$ は、 μ 番目のパターン。

容量を $\alpha = \frac{p}{N}$ とすると、パターンを記憶できる臨界容量 α_c が存在する。

Hopfieldは、数値計算で $\alpha_c \approx 0.15$ の値を得た。



ニューラルネットワークについて、物理の手法で明らかにする研究が爆発的に流行った。これは次の理由による。

◎ホップフィールドモデルは、相互作用がランダムで正負の値をとり、スピングラスのSKモデルと類似。

連想記憶モデルであるホップフィールドモデルのレプリカ法による統計力学的研究 (D. J. Amit, H. Gutfreund, H. Sompolinsky 1985)

臨界容量の理論的導出 $\alpha_c \approx 0.14$

想起できなくなると、スピングラス相になる。

◎イギリスの女性天才物理学者 エリザベス・ガードナーの研究

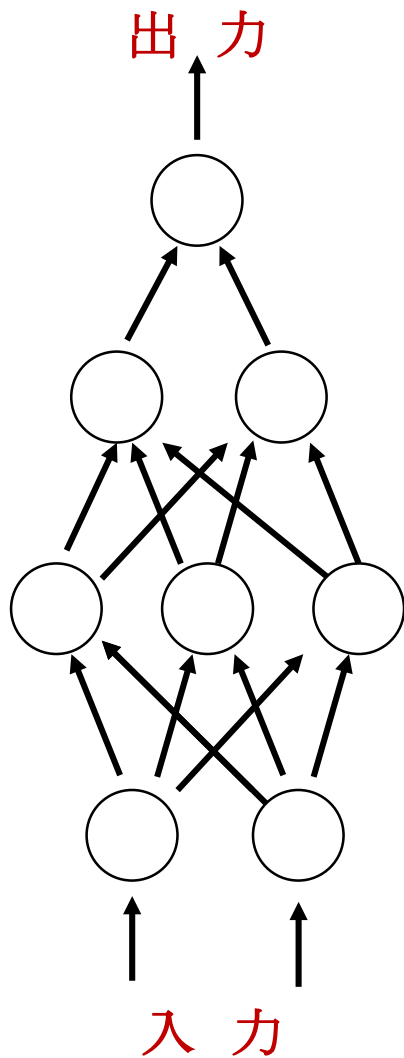
レプリカ法を用いて、相互作用からなる空間で、一定の割合のパターンを記憶できる相互作用の体積をレプリカ法で計算し、記憶容量(記憶を保持できる分量、ガードナー容量)を計算。(E. Gardner, 1988)

○ニューラルネットワークの研究

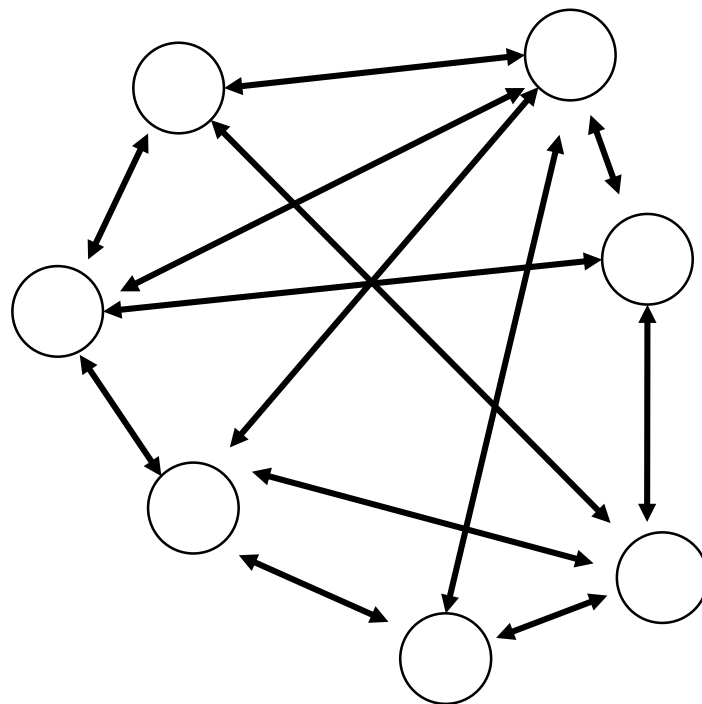
- ・ニューラルネットワークにおける相互作用空間とヘブ則(1996) (44)
野倉一男氏との二度目の共同研究。

ガードナーの考察した相互作用空間でヘブ則がどのようなものを研究。

ネットワークのタイプ



フィードフォワード型

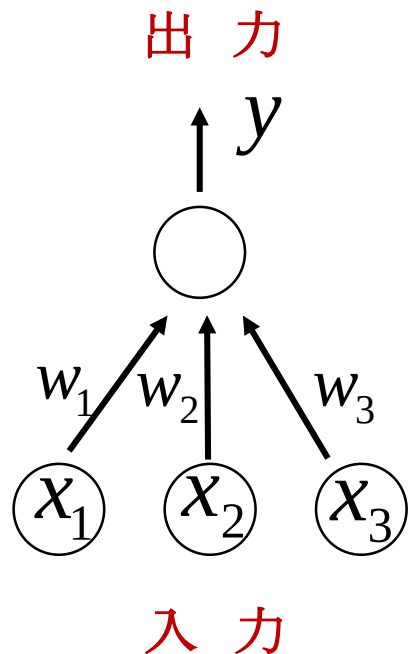


相互結合型

機械学習

入力に対する出力が決められているとき、その入出力関係を、ネットワークを用いて学習する。学習の仕方は、学習アルゴリズムと呼ばれる。ネットワークはフィードフォワード型。

単純パーセプトロン(パターン識別機械)



$$y = \text{sgn}\left(\sum_j w_j x_j - \theta\right),$$

$$\text{sgn}(x) = 1, x \geq 0$$

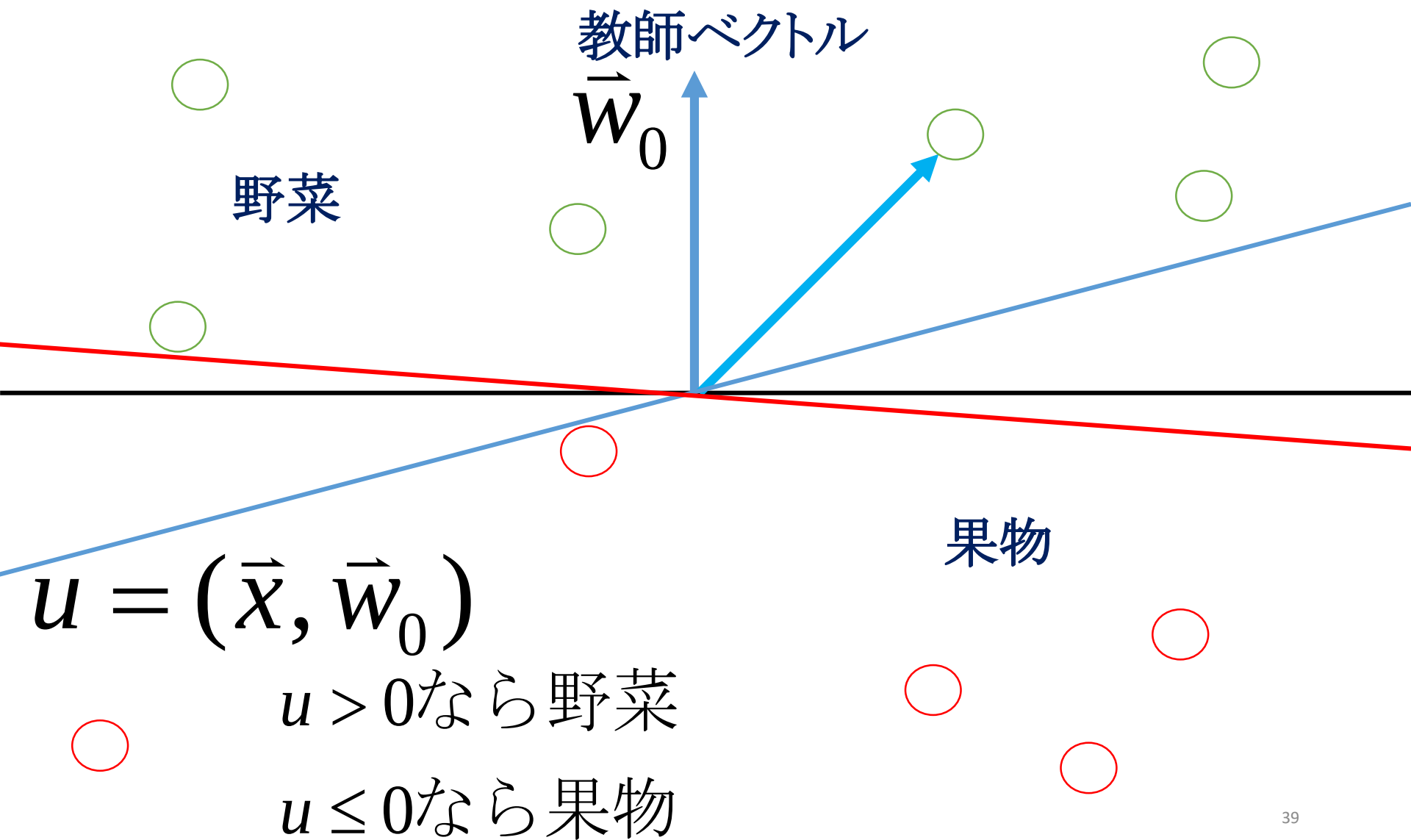
$$= -1, x < 0$$

θ : 閾値

w_j : シナプス結合荷重

入シナプス荷重ベクトル $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ は、
入力ベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ に、+1と-1を割り当てる。つまり、
2つのカテゴリーのいずれかを決める。

例えば、野菜と果物を識別。上半平面が野菜、下半平面が果物とする。



★樺島祥介氏 奈良女着任(1993-1996)

樺島氏と教師パーセプトロンを生徒パーセプトロンが学習する問題をレプリカ法を用いて研究した。

特に、教師ベクトルが間違える場合、正しい答えを出す確率を

$$P(u), (u = (\bar{x}, \bar{w}_0))$$

として、

$$P(u) \approx \frac{1}{2} + a \operatorname{sgn}(u) |u|^\delta, (|u| \ll 1)$$

の場合、 δ によって漸近的な学習の振舞いが決まることを示した。

○ニューラルネットワークの研究

ε_g : 汎化誤差

新しい問題に対して、教師と異なる出力を行う確率。

- ・ 確学習曲線の漸近的振舞い(1996) (41)

樺島祥介氏との共同研究

シナプス荷重ベクトルの成分が連続的なパーセプトロンについて、入力にノイズが入る場合 ($\delta = 1$)、RS解の場合と異なり、1RSB解の場合に、学習曲線の漸近的振舞いが次のようになることを示した。

$$\varepsilon_g - \varepsilon_{\min} \propto \left(\frac{\ln \alpha}{\alpha^2} \right)^{1/3}$$

•完全学習と学習曲線のベキ的減衰(1996) (40)

樺島祥介氏の共同研究

シナプス荷重ベクトルの成分が離散的なイジングパーセプトロンの1RSBについて、以下の結果を得た。

$\delta < \frac{1}{2}$: 完全学習。有限の $\alpha (= \frac{p}{N})$ で、生徒ベクトルと教師ベクトルが一致。

$\delta = \frac{1}{2}$: $\varepsilon_g - \varepsilon_{\min} \propto e^{-b\alpha}$

$\delta > \frac{1}{2}$: $\varepsilon_g - \varepsilon_{\min} \propto \left(\frac{\ln \alpha}{\alpha} \right)^{(1+\delta)/(2\delta-1)}$

・確率的な入出力関係の学習のレプリカ対称性を破る解における解析 (1996) (39)

樺島祥介氏、野倉一男氏、中村直美さんとの共同研究

論文41の一般化。シナプス結合荷重ベクトルの成分が連続的なパーセプトロンについて、1RSB解の場合に、確率的入出力関係の局所的な性質を表す指数 δ を用いて学習曲線の漸近形を表した。

・有限温度下での確率的入出力関係の学習 — 最適温度と漸近的 学習曲線 — (1997) (38) (1996) (42)

シナプス荷重ベクトルが連続的な場合に、ギブズアルゴリズムを採用し、出力が反転するアウトプットノイズの場合には学習が最適になる温度が存在し、それ以外は広い温度範囲で学習曲線が一定になる事を示した。ここでいう温度とは、生徒が確率的に出力する際、正解と思われるものを採択しない度合い、柔軟さの度合いを表している。

★イギリスへ留学

- ・1999年春 2ヶ月ほどマンチェスター工科大学へ留学。
大学院の時の研究室に留学していた、David Broomhead氏の研究室へ滞在。
- ・2000年 在外研究員として、10ヶ月イギリスへ留学。

2000年10月-2001年5月 ロンドン大学 キングズ・カレッジ
A. C. C. Coolen氏(愛称Ton)の研究室へ滞在

2001年6月-2001年7月 マンチェスター工科大学
David Broomhead氏の研究室へ滞在

2001年(平成13年)度の学生は D3 板谷聡子さん、M2 平野あやさん、前田佳子さん、通山佳名子さん。留学中は、研究指導をFAXで行った。4人共無事修了。

○免疫系の力学系モデルの研究

1994年、東京都立大であったカオスと力学系国際会議のProceedingsで、免疫系の力学系モデルの研究をみて興味をもち、免疫系研究を開始。B細胞の他、T細胞も考慮した少数自由度の力学系モデルを解析。その後、大自由度系も研究。

- ・少数自由度の免疫ネットワークの力学系モデルの解析(2000) (35)
板谷聡子さんとの共同研究

T細胞の働きを考慮したB細胞と抗体からなる免疫ネットワークにおいて、抗原認識の閾値などを導入して、抗原にたいする免疫応答の研究を行った。

- ・免疫ネットワークの力学系モデルにおける抗原への応答の解析(2002)
(33)
板谷聡子さんとの共同研究

論文35の続編。抗原認識の閾値がネットワークを安定化させることや、1次元的につながった系での抗原の伝搬などについて研究した

- 有限結合度の自由度免疫ネットワークの力学系モデル(2006) (28)
角野千尋さん、Jon Hatchett氏、A. C. C. Coolen氏との共同研究
- 力学系モデルによる免疫応答の実現(2007) (24)
吉田実加さん、渕上欣二氏との共同研究

Jon Hatchett氏は、A. C. C. Coolen氏のところに滞在していた時に知り合ったイギリス人。この頃は、ポスドク。
その後、再び、共同研究を行った。

渕上欣二氏は、外資系製薬会社Bayerにいたが、退職後、会社を立ち上げた企業の研究者。

2000年頃、情報統計力学セッションが物理学会にできた。情報統計力学とは、情報科学の問題を統計力学の視点から解析する分野。当初は、発表者がほぼ聴衆と同じで10名位。私もその立ち上げ時から参加していた。今日、情報統計力学やニューラルネットワークのセッションは盛況。

★情報統計力学分野の人々との共同研究開始

岡田真人氏、木本智幸氏、三好誠司氏、田中利幸氏、雑賀洋平氏、川村正樹氏

○ニューラルネットワークの研究

- ・複数の時間スケールで変化する階層的相互作用を有するニューラルネットワークのレプリカ解析(2002) (34)

A. C. C. Coolen氏との共同研究 50ページの論文。

相互作用が時間変化するニューラルネットワークの研究。時間変化がゆっくりおこる階層から、早く起こる階層まで、時間スケールが異なる複数の階層がある場合の相転移現象をレプリカ法で解析。3層の場合まで計算した。

- ・連想記憶モデルにおけるアトラクタの想起ダイナミクス(2004) (30)

平野あやさんと岡田真人氏との共同研究

- ・非単調な入出力関係のイジングパーセプトロンによる学習(2003) (31)

通山佳名子さんとの共同研究

- ・完全学習と学習曲線のベキ的減衰の存在条件(2002) (32)

- 時間領域集団学習(2006) (27)
三好誠司氏、岡田真人氏との共同研究
- 1人または2人の教師のノイズの入った答のパーセプトロンによるオンライン学習(2006) (25)
前田佳子さん、山口幸さんとの共同研究
- ノイズがある場合のパーセプトロンの時間領域オンライン学習の理論(2007) (22)
三好誠司氏、出尾美佳さん、岡田真人氏との共同研究
- ノイズがある場合のパーセプトロンのオンライン学習
— 生徒も教師も誤る場合 — (2010) (15)
山口幸さん、吉田実加さん、富安真美さんとの共同研究
- 有限温度における成分が連続なパーセプトロンの学習
— 最適温度と漸近的学習曲線 — (2011) (14)
清川修二氏との共同研究 (38)のフルペーパー

- ・発火率の揺らぎの緩和を用いたアトラクタニューラルネットワークにおける共存アトラクタの識別(2006) (26)

谷本さわこさん、岡田真人氏、木本智幸氏との共同研究

- ・下側頭皮質のスパースなアトラクタニューラルネットワークモデルの多重安定性(2009) (20)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

- ・下側頭皮質のアトラクタニューラルネットワークモデルの安定性解析(2010) (17)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

•ニューラルネットワークの部分焼きなまし法の統計力学的解析
阿部啓さんとの共同研究

ニューロンのシナプス荷重ベクトルがともに時間変化する系の研究。

•ホップフィールドモデルにおける混合状態の反学習
— 埋め込みパターン有限個の場合 —(2015) (7)
大谷遥さん、吉田緑さんとの共同研究

•ノイズ存在下の2層パーセプトロンの教師あり学習(2016) (5)

•ホップフィールドモデルにおける混合状態の反学習
— 埋め込みパターン無限個の場合 —(2018) (3)
林華央さん、橋本知奈美さん、木本智幸氏との共同研究

○情報統計力学の研究

- ・CDMAの統計力学的解析(2005) (29)

吉田実加さん、田中利幸氏との共同研究

- ・CDMAの統計力学的研究 —RS及び1RSB解の解析—(2007) (23)

吉田実加さん、田中利幸氏との共同研究

携帯電話の通信方式の一つであるCDMAの性能評価をレプリカ法で解析した田中利幸氏が有名な研究があるが、それは、レプリカ対称性を保持した解である。レプリカ対称解の安定性と、我々は、以下の論文で、田中氏とともに、対称性を1回破る1RSB解の破れを調べた。

- ・開口合成レーダーを用いたリモートセンシングにおける位相アンラッピングの統計力学的アプローチ(2013) (9)

雑賀洋平氏との共同研究

- ・電子透かしの統計力学的性能評価(2018) (2)

川村正樹氏、林華央さん、岡田真人氏との共同研究

山口大学の川村正樹さんが研究していた「電子透かし」の問題を、レプリカ法で解析した。当時院生の林華央さんも、レプリカ計算、数値解析を行い、理論とシミュレーションが一致する事を明らかにした。

○位相振動式系の研究

★ 非線形動力学に立ち返る。蔵本由紀氏が考案した同期非同期転移の可解モデル、蔵本モデル、を拡張すべく、同期非同期相転移の研究を始めた。

- 結合振動子ネットワークの平均場及びキャビティ解析(2008) (21)
Jon Hatchett氏との共同研究

ランダムネットワークであるが、有限個の相手としか相互作用しない系の研究。

- ベーテラティス上の位相振動子ネットワークの動的振舞い(2009) (19)
Jon Hatchett氏との共同研究
Cavity法による動的振舞いの解析。

・円周上のメキシカンハット型相互作用を有する位相振動子ネットワークの可解モデル(2012) (11)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

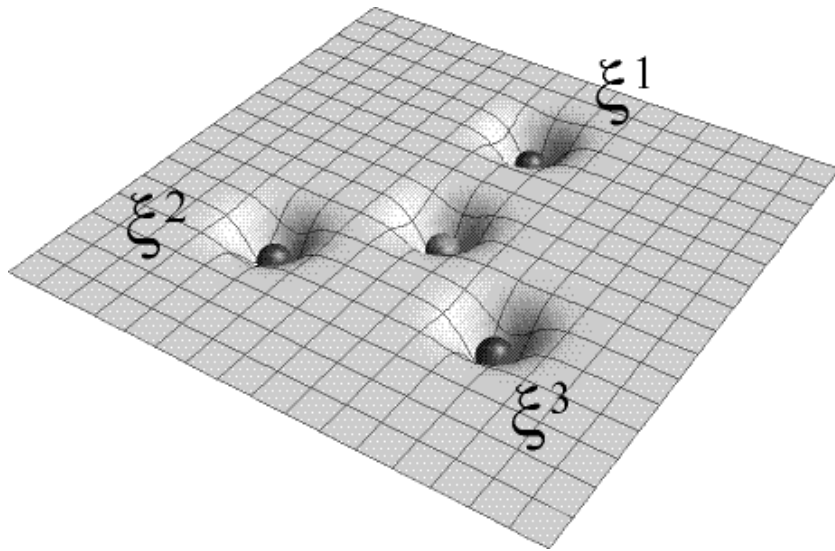
・円周上のメキシカンハット型相互作用を有する位相振動子ネットワークの可解モデルの解析(2013) (10)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

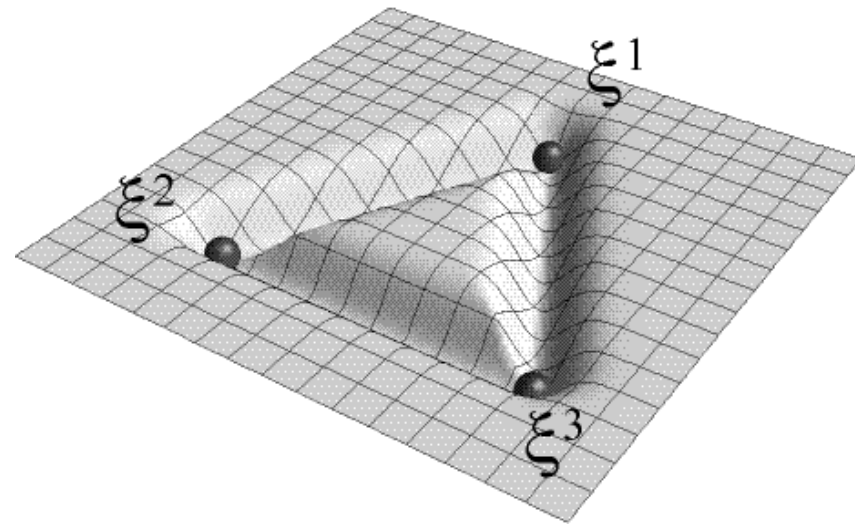
XYモデルの研究

★連続アトラクタの発見

連想記憶型相互作用を有するXYモデルモデルの研究で、木本氏が数値的に連続アトラクタを発見した。通常、秩序変数についての自己無撞着方程式の解は一点からなる(点アトラクタ)。つまり、解の空間で孤立している。ところが、連続アトラクタは、ある曲線上の点が全て解になる。例えば、顔を左右に少し回転させても同一人物と認識できるが、連続解は、そのような連続的な記憶の埋め込みの候補となりうる解である。



点アトラクタ



連続アトラクタ

•メキシカンハット型相互作用を有する円周上のXYモデルの解析(2011)
(13)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

•メキシカンハット型相互作用を有する円周上のXYモデルの解析 —
鞍点方程式の導出と分岐構造の研究 —(2012) (12)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

・XYスピンの拡張された連想記憶モデルに現れる連続アトラクタ(2014)
(8)

木本智幸氏、岡田真人氏との共同研究

連続アトラクタ発見！

・連想記憶型相互作用を有する古典XYモデルの連続アトラクタの存在
条件と安定性(2017) (4)

吉田梨紗さん、木本智幸氏との共同研究

パターン間に相関が無いときには、連続アトラクタは、自己平均性が成り立つときにはいつでも存在するが、相関があるときには、パターン数が2と3の場合にのみ存在する事を証明。また、解の安定性も解明。

古典XYモデルと位相振動子系の 対応関係の研究

★円周上のメキシカンハット型相互作用を有する位相振動子の研究

円周上のメキシカンハット型相互作用を有する位相振動子系の解析: 複素秩序変数が複数あり、それらの振幅の方程式を導出するためには、それらの位相の情報が必要だが、当初、求まらず。

以下の対応関係が成り立つ。

自然振動数が一定の
位相振動子系

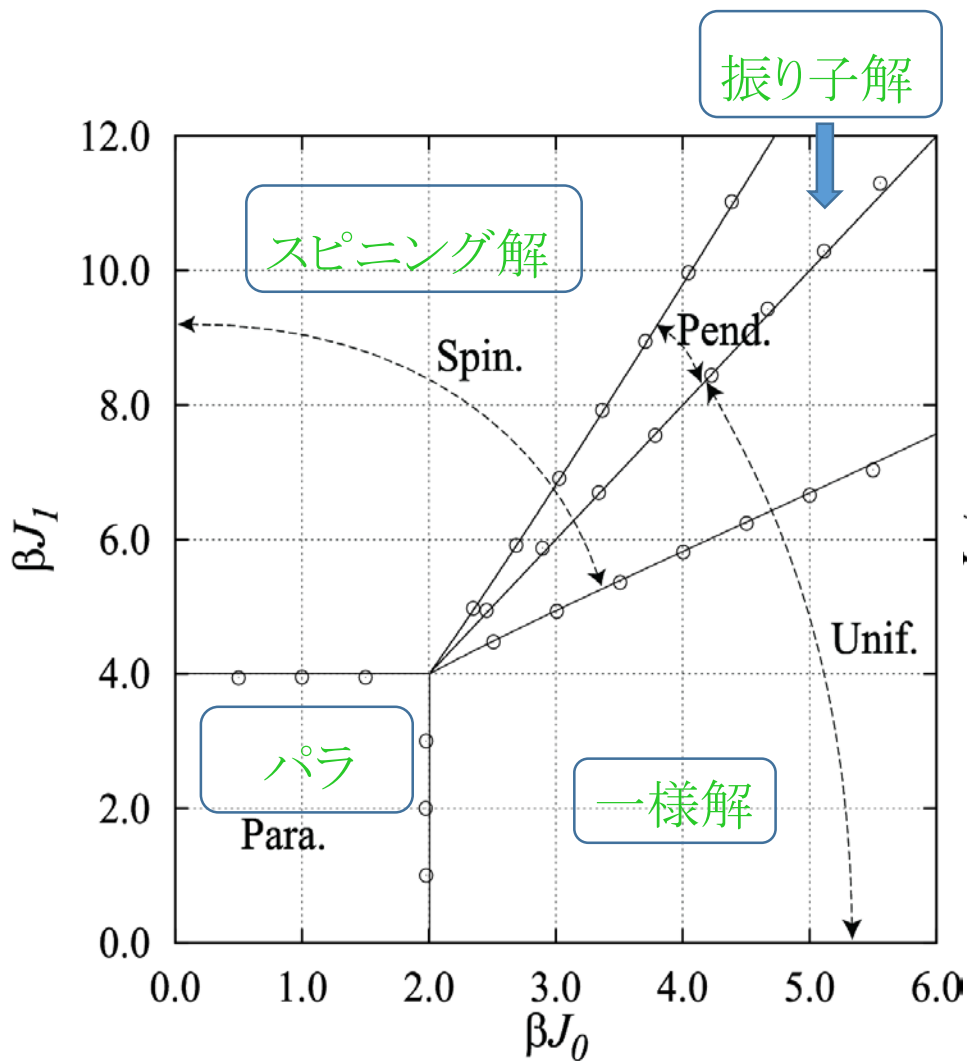


温度 0 の
古典XYモデル

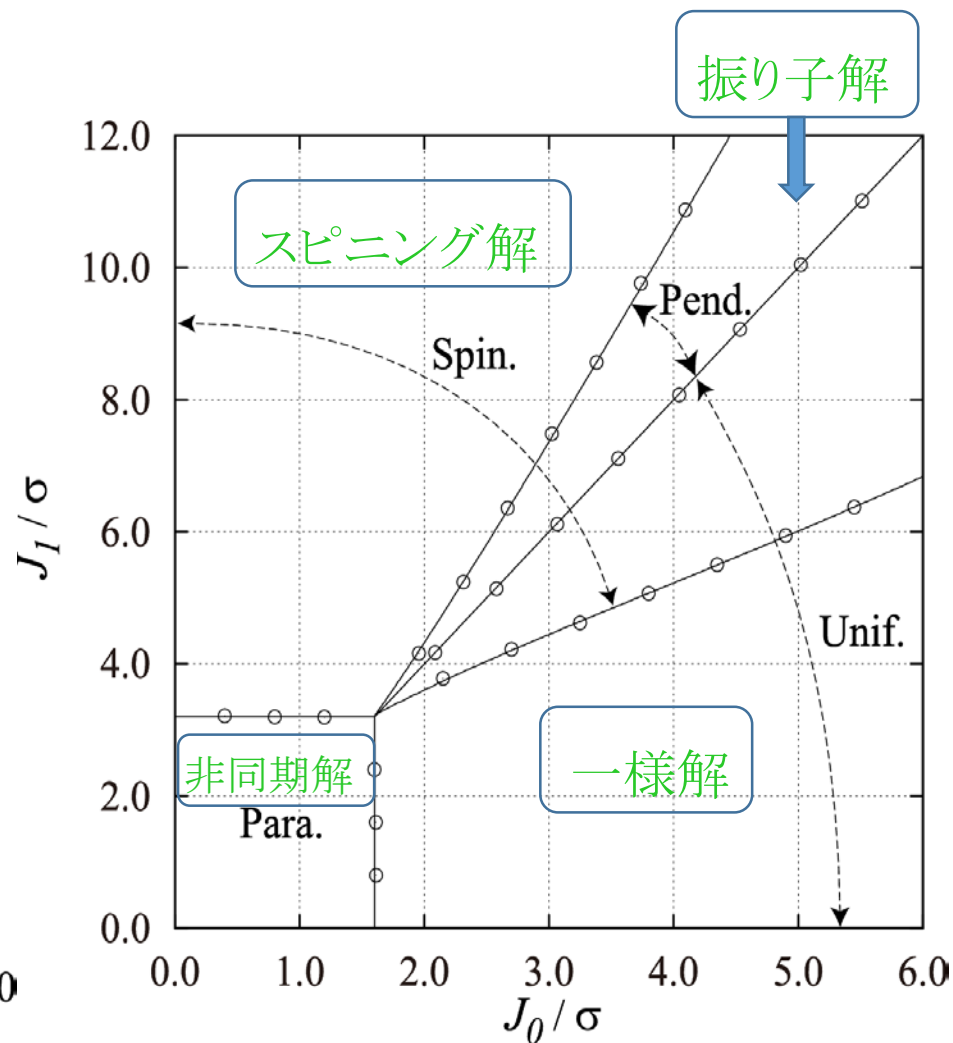


同じ相互作用を持つ古典XYモデルを解析し、位相の情報を得た。それを用いて、位相振動子系の振幅の方程式を導出。その解がシミュレーションと一致。

円周上のメキシカンハット型相互作用の場合の相図 ($g(\omega)$ がガウス分布の場合)

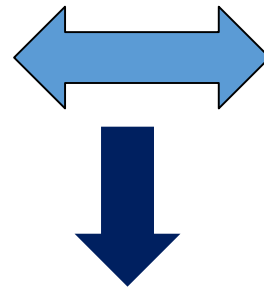


XYモデルの相図



位相振動子系の相図

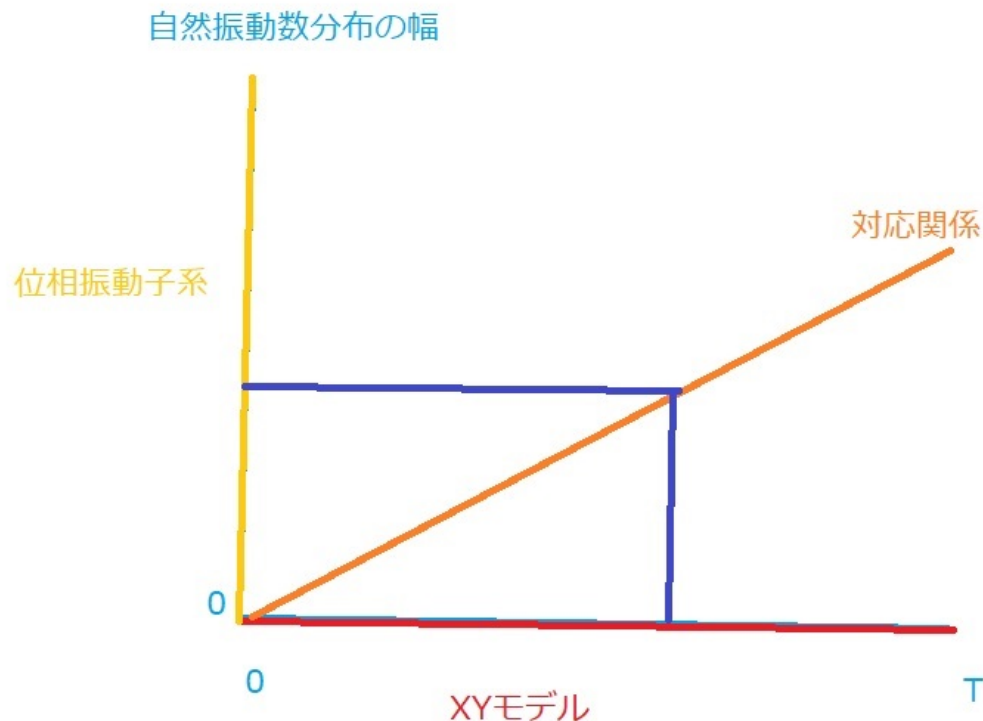
自然振動数が一定の
位相振動子系



温度 0 の
古典XYモデル

★XYモデルと位相振動子系の対応関係の発見！

自然振動数分布が幅を持つ位相振動子系と、
有限温度のXYモデルに対応関係が成り立つ。



- 同一の無限レンジ相互作用を有する位相振動子ネットワークと古典XYモデルの静的性質の対応関係(2015) (6)

木本智幸氏、清川修二氏、岡田真人氏との共同研究

あるクラスの無限レンジ相互作用の場合に対応関係が存在する事を示した。

- 同一のランダムでフラストレーションのある相互作用を有する位相振動子ネットワークと古典XYモデルの対応関係(2019) (1)

木本智幸氏との共同研究

対応関係の存在が保証されないSK相互作用の場合にも対応関係が存在する事を示した。

秩序変数

$$R e^{i\Theta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\phi_j}$$

位相振動子系

$$R e^{i\Theta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_j e^{i\alpha_j} \left[2 \int_0^{\pi/2} d\psi g(A_j \sin \psi) \cos^2 \psi \right].$$

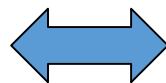
有限温度のXYモデル

$$R e^{i\Theta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_j e^{i\alpha_j} \left[\beta u(\beta A_j) \right].$$

$$u(x) \equiv \frac{I_1(x)}{x I_0(x)}. \quad I_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\phi e^{x \cos \phi} \cos(n\phi); \text{ } n\text{次の変形ベッセル関数}$$

対応関係

$$2 \int_0^{\pi/2} d\psi g(A_j \sin \psi) \cos^2 \psi$$



$$\beta u(\beta A_j)$$

対応関係からわかること

$$\bar{g}_\sigma(x) \equiv 2 \int_0^{\pi/2} d\psi g(x \sin \psi) \cos^2 \psi \quad \longleftrightarrow \quad \bar{u}_\beta(x) \equiv \beta u(\beta A_k)$$

$$\bar{g}_\sigma(0) \equiv g(0) \frac{\pi}{2} \quad \longleftrightarrow \quad \bar{u}_\beta(0) \equiv \frac{\beta}{2}$$

つまり、自然振動数分布の幅と温度が対応
ガウス分布の場合には、

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \Leftrightarrow T$$

$$g(x) \text{は一山で原点で最大} \quad \longleftarrow \quad \bar{u}_\beta'(0) = 0, \quad \bar{u}_\beta'(x) < 0, \quad x > 0$$

対応関係が存在する相互作用

$$J_{j,k} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^L a_l q_{l,j} q_{l,k}, \quad a_l > 0, \quad q_{l,j} : \text{実数}$$

秩序変数

$$W_l = R_l e^{i\Theta_l} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N q_{l,j} e^{i\phi_j}.$$

ハミルトニアン

$$H = -\frac{N}{2} \sum_{l=1}^L a_l R_l^2 \left[-h \sum_{j=1}^N \cos \phi_j \right] + C.$$

外場有

ローカルフィールド $A_j e^{i\alpha_j} = \sum_{l=1}^L W_l a_l q_{l,j} + h.$

統一方程式

$$W_l = \frac{\kappa}{N} \sum_{m=1}^L W_m a_m \sum_{j=1}^N v(A_j) q_{m,j} q_{l,j} + \frac{\kappa}{N} h \sum_{j=1}^N v(A_j) q_{l,j}.$$

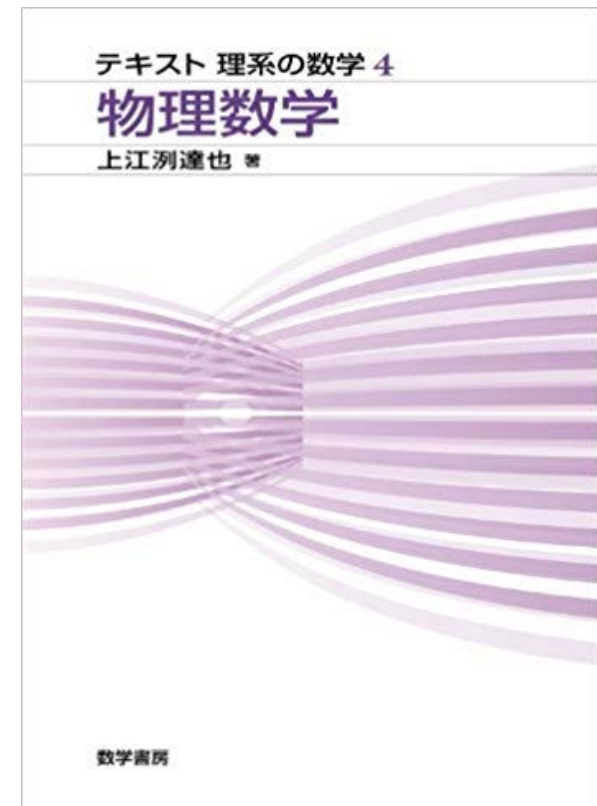
37年間 + α (大学院時代) の 研究を振り返って

物理学や数学の手法を用いて、いろいろなテーマをやってきました。大学の研究者、学生の皆さん、企業の研究者など、学内外、国内外のいろいろな方々と出会い、議論することにより、幾ばくかの成果を残すことができたと思います。現在も、XYモデルと位相振動子系の対応関係の研究や、電子透かし、位相アンラッピング、そして、機械学習の研究を共同研究者や学生達と行っています。

教育に関して

多くの学生と院生に講義、セミナーを行いました。私は、数学的な詳細もないがしろにしたくない質なので、戸惑った学生もいたかと思います。ただ、後からノートをみたらよくわかった、というコメントを何人かの学生の方々からいただきました。

特に、物理数学1, 今のベクトル解析の講義内容を教科書にしたことが、特筆事項です。山口幸さんが、詳細な講義ノートをとってしてくれたので、大いに参考にしました。また、たくさんの図を谷本さわこさん、吉田実加さん、吉田緑さんに描いてもらいました。



第二部 行事編

ニュートン祭





奈良女子大学 理学部 物理学科 NEWTON祭 S.63.12.17.



第34回 *NEWTON* 祭 奈良女子大学理学部物理学科 平成元年12月16日











謝恩会













'96 3 22







ソフトボール

理学部ソフトボール大会や全学ソフトボール大会が毎年開催。
1年目は、期待されて登場したが、あえなく数学科に敗北し、その連勝を止めることができず。
2年目、現副学長の小川英巳先生が着任し、生物の清水晃先生を監督として、理学部チームを結成。ほぼ毎週土曜日午後は、ソフトボールの練習。理学部チームは、3回全学制覇した。これらがその頃の写真です。











トキワ荘

当時、富貴荘という文化住宅に奈良女の物理、数学の助手の人たちが住んでいました。当時住んでいたのは、小川氏、私、岡本祐幸氏(名大)、柳澤卓氏、石川剛郎氏(北大)です。そして、夜になると、主に石川さんの部屋で酒盛りをするという、楽しい毎日を過ごしていました。

その後、重本和泰氏(帝塚山大)や兵頭治氏、松川宏氏(青山学院)も加わりました。



駅伝大会

全学レクレーションで駅伝大会がありました。第1回に理学部チームは見事優勝。これが祝賀会の写真です。通算、4回の優勝を誇りました。



WC

第1回奈良女子大学親睦駅伝大会
(奈良女子大学創立80周年記念大会)



長澤耿先生を訪ねる

退職された長澤耿先生にお会いしに、一泊二日で和歌山に繰り出しました。これがそのときの写真です。



研究室のイベント

所属研究室でのイベントがいろいろありました。そのいくつかの写真を
お見せします。





今から下宿に戻って
冷飯とから揚げ
(と100円分)

a minute

Kame

12:40

























他研究室のイベント

着任当時は、各研究室でのイベントがいろいろありました。そのいくつかの写真をお見せします。





吉野県立公園 大台ヶ原案内図

大台荘

植物の採取を
禁止します
奈良県





遠出

皆で、越前海岸に海水浴に行ったり、醍醐寺に花見にいたり、岡本さんのご実家の尾鷲にいたり、いろいろ、楽しいイベントがありました。そのうちのいくつか写真です。









SCORE2007





自然科学考房





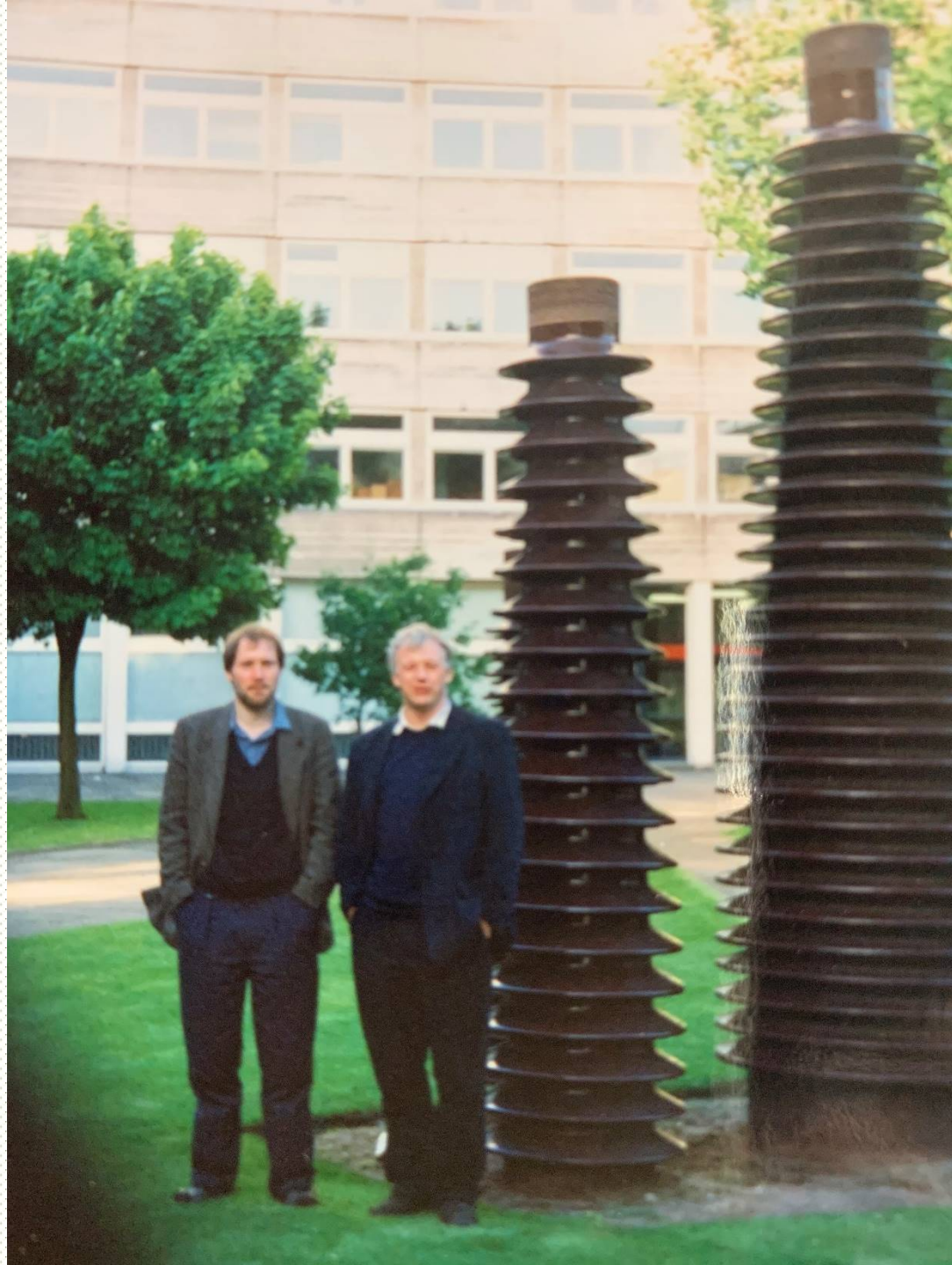


海外出張

マンチェスター、ロンドン、ケンブリッジ、メルブルンなどの写真です。



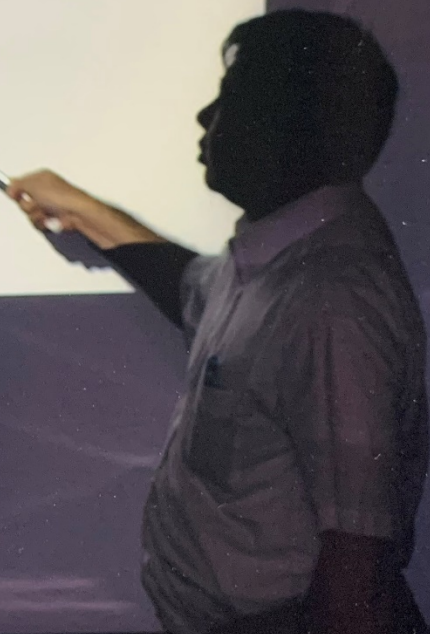
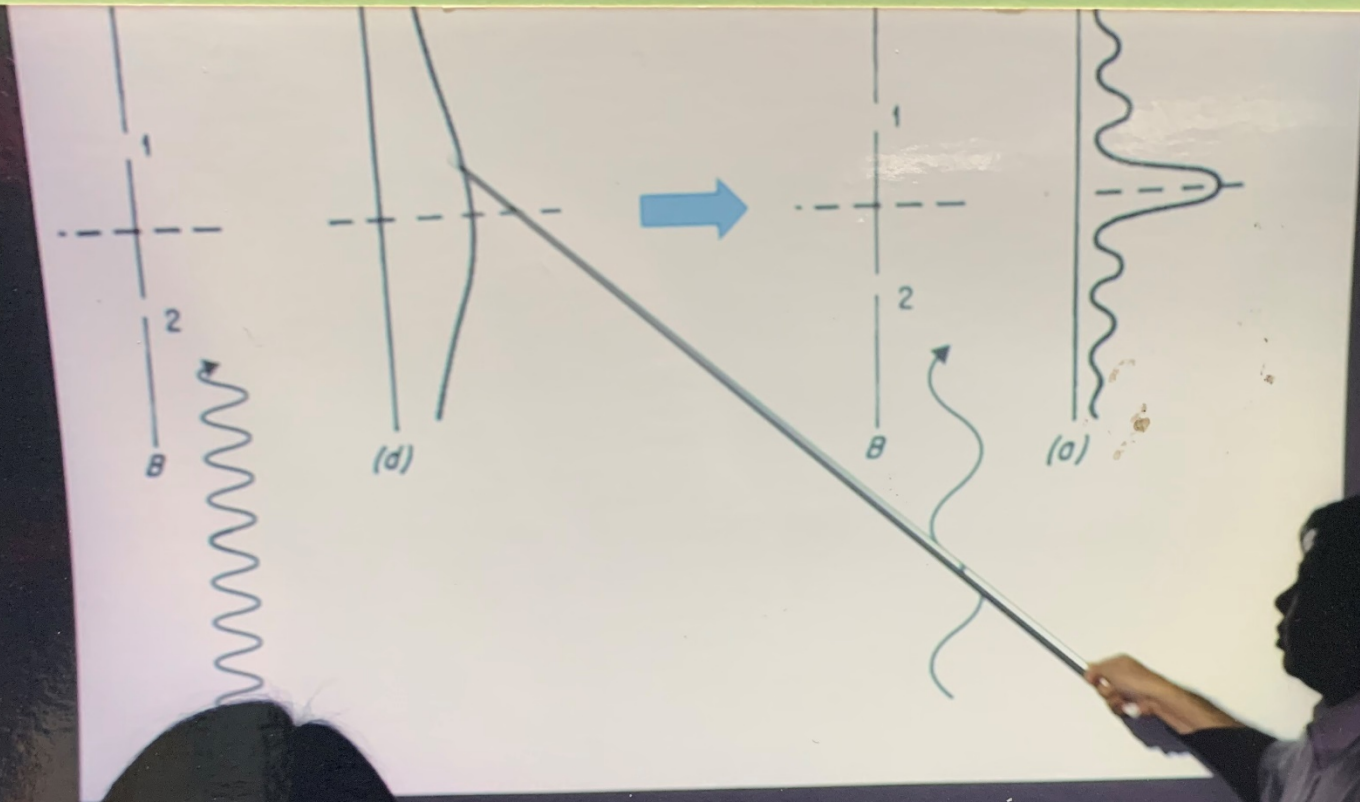




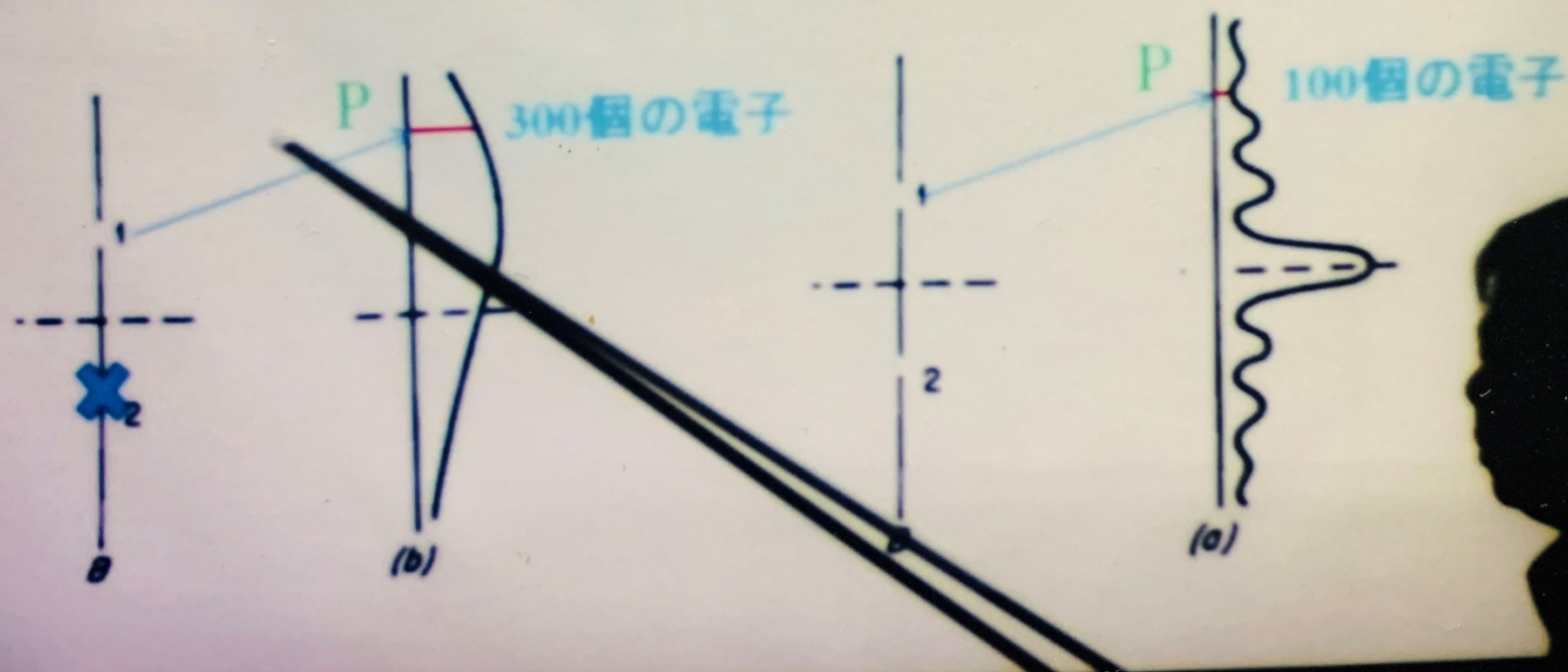




公開講座



ったとします。もし、スリット2も開いていたら、電子はそこが
点Pに到達するはずですから、当然、点Pに到達する電子数
増える筈です。ところが、両方のスリットが開いていた場合に
それより少ない数、例えば100個、になるということを、実験は
しています。つまり、200個の電子は、スリット2が閉じていた
点Pに到達するのに、スリット2が開いているために、その場
に到達できなくなっていることになります。



A. C. C. Coolen氏 奈良女滞在



学科、学部、全学 のイベント











65th 恋都祭
奈良街 diary
～君と恋するナラ～



卒業生の同窓会や 卒業後30周年記念同窓会





2013/02/09

最後の挨拶

私の青春時代、壮年期、そして今は高齢者となりましたが、全て、奈良女子大がその舞台でした。今日まで、なんとかやってこれたのは、物理のスタッフの方々、秘書の方々、理学部の皆さん、そして、他学部の皆さん、事務の方々のおかげです。そして、もちろん、授業やセミナーに出て、一緒に研究を行った学生の皆さんのおかげです。学生の皆さんは、ときには厳しいと思ったこともあるかと思いますが、私なりに良かれと思ってやったことです。また、大学院の先輩や後輩、共同研究皆さんのおかげです。すべての皆さんに、37年間のお礼を、心の底より申し上げます。どうも、ありがとうございました。また、本日お越しいただいた皆様にも感謝したいと思います。ありがとうございました。

春の日の長き勤めの終わるとき 一石

ご清聴ありがとうございました！